MAT 9982 (séminaire de statistique): session Hiver 2008

Sujet et motivation du cours:

Le cours est centré sur des thèmes de statistique asymptotique. En paraphrasant Molière...on fait souvent de la statistique asymptotique sans le savoir...car dans la plupart des exemples, sauf dans des cas très rares, on ne peut pas calculer la loi exacte d'un estimateur ou d'une statistique de test. Chaque fois qu'on fait appel à l'approximation normale, on est dans le domaine de la statistique asymptotique. L'exemple le plus élémentaire est le calcul d'un intervalle de confiance pour une proportion, où on utilise plusieurs théorèmes que nous allons présenter dans ce cours. D'autre part, l'étude des propriétés asymptotiques n'est pas une "béquille", et elle a un intérêt en soi (voir aussi la jolie introduction dans Bickel & Doksum, 2001, chapitre 5).

Contenu du cours:

Ce cours comprend trois volets: une (ré)vision de notions de probabilités (modes de convergence et théorèmes-limite essentiellement), quelques théorèmes et techniques de base de la statistique asymptotique, et finalement des sujets spéciaux, tirés de domaines assez variés de la statistique, sujets adaptés aux étudiants assez courageux pour rester dans le cours...

Matière du cours:

1. **Notions de probabilités (survol):**
   a. **Définitions élémentaires**: tribu d'événements, variables aléatoires et leurs propriétés; ne sont pas présentées en classe, sauf au besoin; référence: Karr, chapitres 1-2.
   b. **Divers types de convergence**: convergence en probabilité, convergence presque sûre, convergence en loi et en moyenne quadratique; relations importantes entre ces types de convergence; référence: Serfling, chapitre 1 et Karr, chapitre 5.
   c. **Lois des grands nombres et théorèmes-limite:** on énoncera ces théorèmes importants, mais sans beaucoup de détails; si le besoin se présente on ira plus en profondeur (Karr, chapitre 7 et Serfling, chapitre 1).
2. **Méthodes de statistique asymptotique, série I:** nous voilà enfin au centre de notre cours qui porte sur des méthodes asymptotiques en statistique. Plusieurs thèmes et exemples de base (a "bag of tricks") seront abordés et présentés dans le cours, par exemple:
   - Théorème de Slutsky, stabilisation de la variance
   - Méthodologie "delta"
   - Estimation: propriétés de convergence, efficacité asymptotique, comparaison asymptotique des estimateurs
   - Efficacité de l'estimateur du maximum de vraisemblance
   - Test du rapport de vraisemblance: loi limite
   - Notion de vitesse de convergence

   Chaque fois, le point de départ sera un problème statistique déjà vu ou facile à décrire.

3. **Méthodes asymptotiques, série II**: des sujets plus spécifiques seront abordés, et chaque étudiant développera les détails des preuves dans un des cas, ce qui sera son travail de session. Ces sujets peuvent être tirés dans des livres; une possibilité est de regarder de près des résultats qu'on prend pour acquis, mais qui se basent de fait sur des théorèmes mathématiques assez profonds. Vous pouvez aussi décider de travailler un thème relié directement à votre sujet de mémoire ou thèse, ou faire une belle étude de simulation par ordinateur, sans pour autant enrayer complètement la théorie.

Quelques sujets possibles pour ce travail individuel (liste ouverte...):

- Concept d'optimalité locale
- Théorème de Berry-Esséen, approximation de Edgeworth
- Fonction de répartition empirique et test de Kolmogorov-Smirnov
- Loi asymptotique de la statistique du test du χ^2
- Estimation robuste: moyennes tronquées, L-estimateurs, etc.
- Inférence pour les corrélogrammes (séries chronologiques/temporelles)
- Statistique du portmanteau (séries chronologiques/temporelles)
- Régression non paramétrique: propriétés de convergence des estimateurs par le noyau et localement polynomiaux
- Comportement asymptotique d'estimateurs basés sur le Kaplan-Meier (analyse de survie)

ETC.

Bibliographie (ces livres sont à la réserve de la bibliothèque):

Probabilités

- B. Gnedenko, *The Theory of Probability*, Chelsea, New York, 1963, QA273G5753.1963.
- A. Karr, *Probability*, Springer-Verlag Texts in Statistics, 1993, QA273.K319.1993.
- A. Rényi, *Calcul des probabilités*, Dunod, Paris, 1966, QA273R4314.1966.
- W. Feller, *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, vol. II, John Wiley, New York, 1970, QA273F3712, v2.
- M. Fisz, *Probability Theory and Mathematical Statistics*, John Wiley, New York, 1963, QA273F543.1963.

Statistique

- R. Serfling, *Approximation Theorems of Mathematical Statistics*, J. Wiley, New York, 1980, QA276S45.
- P.J. Bickel and K. Doksum (2001). *Mathematical statistics: basic ideas and selected topics.*, 2nd ed. Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, QA276.B48.2001 V1.
- E.L. Lehmann (1983). *Theory of point estimation.* Springer-Verlag, New York, QA276.8L43.1983.

Horaire du cours:

- proposé par le programme: lundi-mercredi, 13h30-15h, salle SH-2540;
- je prévois finir le cours magistral dans 10 semaines environ; il sera suivi de 2 semaines de rencontres individuelles, afin de préparer le travail de session, et d'un à deux jours d'exposés oraux, d'environ 40 minutes chacun.

Évaluation:

- 30%: examen "take-home" (24 heures);
- 30%: exercices à remettre durant la session;
- 40%: travail final individuel.

Coordonnées (déterministes) du prof.:

Sorana Froda, local PK–5520; tél. : 987-3000–ext. 3220; *e-mail*: froda.sorana@uqam.ca