Séminaire de Combinatoire MAT 995 G
Syllabus

François Bergeron

Automne 2013

Nous allons présenter dans ce cours des résultats récents concernant l'interaction entre la combinatoire algébrique, la théorie des représentations, la théorie des fonctions spéciales et la géométrie algébrique ; tout cela autour de généralisations de la combinatoire des chemins de Dyck et des fonctions de stationnement. Le cours s'articule autour de de notes distribuées en classe, avec des compléments provenant de mon livre :

> *Algebraic Combinatorics and Coinvariant Spaces*, CMS Treatise in Mathematics, CMS and A.K.Peters, 2009.

Chaque étudiant devra présenter un exposé sur un thème relié au sujets abordés dans le cours, accompagné d'un texte présentant les détails de son travail.

1 Combinatoire de Catalan

1.1 Nombre de (m,n)-Catalan
1.2 Chemins sud-ouest dans le (m,n)-rectangle
1.3 Chemins de (m,n)-Dyck
1.4 Codages et énumération
1.5 (m,n)-Fonctions de stationnement
1.6 Généralisation de la formule de Bizley
1.7 Formules de termes constants

2 Fonctions symétriques

2.1 Bases et propriétés classiques
2.2 Formules, produit scalaire, et applications
2.3 Transformée de Frobenius de caractères de $\mathbb{S}_n$
2.4 Polynômes de Macdonald et leurs propriétés
2.5 Opérateurs sur les polynômes de Macdonald

3 Représentations graduées et espaces de polynômes

3.1 Préliminaires
3.2 Sous-espaces Homogènes
3.3 Représentations graduées
3.4 Caractères gradués et décomposition en irréductibles

4 Formules en termes d'opérateurs

4.1 Opérateurs sur les fonctions symétriques

4.2 Algèbre de Hall elliptique

4.3 Lien avec les formules de termes constants

4.4 Résultats et problèmes ouverts

5 Extension à plusieurs jeux de variables et divers

5.1 Définitions

5.2 Le (m,n)-treillis de Tamari

5.3 Formules universelles

5.4 Autres approches

Références

[1] D. Armstrong, *Rational Parking Functions*, Special session on Algebraic Combinatorics, CMS Winter Meeting, Montréal, (2012).

[2] D. Armstrong, B. Rhoades, and V. Reiner, *Parking Spaces*, (Voir arXiv :1204.1760v2), (2012).

[3] D. Armstrong and B. Rhoades, *The Shi arrangement and the Ish arrangement*, Trans. Amer. Math. Soc. 364 (2012), 1509–1528.

[4] C. Athanasiadis, *Generalized Catalan numbers. Weyl groups and arrangements of hyperplanes*, Bulletin of the London Mathematical Society, Volume 36 (2004), 294–302.

[5] J.-C. Aval, F. Bergeron, and A. Garsia, *Combinatorics of Labelled Parallelogram Polyominoes*, Submitted, (Voir arXiv :1301.3035), 2013.

[6] F. Bergeron, *Algebraic Combinatorics and Coinvariant Spaces*, CMS Treatise in Mathematics, CMS and A.K.Peters, Monograph, 2009.

[7] F. Bergeron, *Multivariate Diagonal Coinvariant Spaces for Complex Reflection Groups*, Advances in Mathematics, Volume 239 (2013) 97–108. (Voir arXiv :1105.4358)

[8] F. Bergeron, A.M. Garsia, M. Haiman, and G. Tesler, *Identities and Positivity Conjectures for some Remarkable Operators in the Theory of Symmetric Functions*, Methods and Applications of Analysis, **6** (1999), 363–420.

[9] F. Bergeron, L.-F. Préville-Ratelle, *Higher Trivariate Diagonal Harmonics via generalized Tamari Posets*, Journal of Combinatorics, Volume 3 (2012), Number 3, 317–341. (Voir arXiv :1105.3738)

[10] J. Berstel, A. Lauve, C. Reutenauer, and F. Saliola, *Combinatorics on words : Christoffel words and repetitions in words*, CRM Monograph Series, 27. American Mathematical Society, Providence, RI, 2009.

[11] T. L. Bizley, *Derivation of a new formula for the number of minimal lattice paths from* $(0,0)$ *to* (km,kn) *having just* t *contacts with the line and a proof of Grossman's formula for the number of paths which may touch but do not rise above this line*, J. Inst. Actuar. 80, (1954), 55–62.

[12] I. Burban, and O. Schiffmann, *On the Hall Algebra of an Elliptic Curve, I*, (Voir arXiv :0505148)

[13] S. Devadoss, S. Forcey, S. Reisdorf, and P. Showers, *Convex Polytopes From Nested Posets* (Voir arXiv :1306.4208), (2013).

[14] A.M. Garsia, M. Haiman, and G. Tesler, *Explicit Plethystic Formulas for Macdonald* q,t*-Kostka Coefficients*, Séminaire Lotharingien de Combinatoire, B42m (1999), 45 pp.

[15] B. Feigin and A. Tsymbaliuk, *Equivariant K-theory of Hilbert schemes via shuffle algebra*, Kyoto J. Math., 51(4), 831-854 (2011), (Voir arXiv :0904.1679).

[16] E. Gorsky and A. Negut, *Refined Knot Invariants and Hilbert Scheme*, (Voir arXiv :1304.3328), (2013).

[17] X. Guoce

[18] J. Haglund, *The q,t-Catalan Numbers and the Space of Diagonal Harmonics*, AMS University Lecture Series, 2008.

[19] J. Haglund, M. Haiman, N. Loehr, J. Remmel, and A. Ulyanov, *A Combinatorial Formula for the Character of the Diagonal Coinvariants*, Duke Math. J. Volume 126, Number 2 (2005), 195–232.

[20] M. Haiman, *Combinatorics, symmetric functions and Hilbert schemes*, In CDM 2002 : Current Developments in Mathematics in Honor of Wilfried Schmid & George Lusztig, International Press Books (2003), 39–112.

[21] T. Koshy, *Catalan Numbers with Applications*, Oxford University Press, 2009.

[22] I.G. Macdonald, *Symmetric functions and Hall polynomials*, second ed., Oxford Mathematical Monographs, The Clarendon Press Oxford University Press, New York, , With contributions by A. Zelevinsky, Oxford Science Publications, 1995.

[23] I.G. Macdonald, *A new class of symmetric functions*, Publ. I.R.M.A. Strasbourg, Actes 20^e Séminaire Lotharingien, (1988), 131–171.

[24] A. Negut, *The Shuffle Algebra Revisited*, (Voir arXiv :1209.3349v2), (2012).

[25] A. Negut, *Moduli Of Flags of Sheaves on P^2 and their K-Theory*, (Voir arXiv :1209.4242), (2012).

[26] B. Rhoades, *Parking Structures : Fuss Analogs*, (Voir arXiv :1205.4293), (2012)

[27] O. Schiffmann and E. Vasserot, *The elliptic Hall algebra and the K-theory of the Hilbert scheme of A^2*, Duke Math. J. Volume 162, Number 2 (2013), 279–366. (Voir arXiv :0905.2555).

[28] R.P. Stanley, *Parking Functions and Noncrossing Partitions*, The Wilf Festschrift volume, The Electronic Journal of Combinatorics 4, no. 2, (1997), #R20.

[29] R.P. Stanley, *Hyperplane Arrangements Parking Functions and Tree Inversions*, in Mathematical Essays in Honor of Gian-Carlo Rota (B. Sagan and R. Stanley, eds.), Birkhäuser, 1998, 359–375.

[30] N. von Fuss, *Solutio quaestionis quot modis polygonum n laterum in polygona m laterum per diagonales resolvi queat*, Nova acta Academiae scientiarum imperialis petropolitanae **IX** (1795), 243-251.