Mat 995F, Séminaire de Combinatoire
Syllabus et évaluation

François Bergeron

Hiver 2021

Nous allons présenter dans ce cours des résultats récents concernant l'interaction entre la combinatoire algébrique, la théorie des représentations, la théorie des fonctions spéciales et la géométrie algébrique. Le cours s'articule autour des notes :

> *Irrational Catalan Combinatoics ... and beyond*

qui seront rendue disponible au fur et à mesure du cours. Comme source, il y a aussi :

> *Algebraic Combinatorics and Coinvariant Spaces*, CMS Treatise in Mathematics, CMS and A.K.Peters, 2009.

en plus d'articles mentionnés en classe, ou en référence ci-bas.

1 Combinatoire de Catalan

1.1 Partages and Diagrams
1.2 Partages triangulaires
1.3 Chemins de Dyck triangulaires
1.4 Énumération de chemins de Dyck triangulaires

2 Fonctions de stationnement

2.1 Fonctions de stationnement pour les partages triangulaires
2.2 Énumération de Fonctions de stationnement triangulaires
2.3 Divers paramètres, et fonctions symétriques

3 Ordre de Tamari

3.1 Définitions et propriétés
3.2 Énumération d'intervales
3.3 Énumération d'intervales décorés

4 Représentations graduées et espaces de polynômes

4.1 Définitions et propriétés
4.2 Sous-espaces homogènes
4.3 Caractères gradués

5 Polynômes harmoniques diagonaux multivariés

5.1 Définitions

5.2 Résultats récents et problèmes ouverts

5.3 Cas à plusieurs variables

5.4 Algèbre de Hall elliptique

6 Évaluation

Chaque étudiant devra présenter un exposé sous forme d'affiche sur un partie du sujet (ou un sujet connexe). Simulant la participation à un congrès, le sujet de l'affiche sera d'abord soumis sous forme d'un texte préliminaire présentant les détails du sujet proposé. Suite au retour sur ce texte, et en consultation avec le professeur, l'étudiant préparera son affiche, qu'il présentera ensuite au groupe-cours. Ensuite, le texte final sera rendu disponible aux étudiants du groupe.

Références

[1] D. Armstrong and B. Rhoades, *The Shi arrangement and the Ish arrangement*, Trans. Amer. Math. Soc. 364 (2012), 1509-1528

[2] C. Athanasiadis, *Generalized Catalan numbers, Weyl groups and arrangements of hyperplanes*, Bulletin of the London Mathematical Society, Volume 36 (2004), 294-302.

[3] F. Bergeron, *Multivariate Diagonal Coinvariant Spaces for Complex Reflection Groups*, Advances in Mathematics 239 (2013), 97–108. (voir "http ://arxiv.org/abs/1105.4358")

[4] F. Bergeron, L.-F. Préville-Ratelle, *Higher Trivariate Diagonal Harmonics via generalized Tamari Posets*, Accepted for publication in Journal of Combinatorics. (voir "http ://arxiv.org/abs/1105.3738")

[5] T. L. Bizley, *Derivation of a new formula for the number of minimal lattice paths from* $(0,0)$ *to* (km,kn) *having just* t *contacts with the line and a proof of Grossman's formula for the number of paths which may touch but do not rise above this line*, J. Inst. Actuar. 80, 1954, 55–62.

[6] M. Bousquet Mélou, E. Fusy, and L.-F. Préville-Ratelle, *The Number of Intervals in m-Tamari Lattices*, Electronic J. Combinatorics , Vol. 18(2), paper R31.

[7] M. Bousquet Mélou, G. Chapuy, and L.-F. Préville-Ratelle, *The representation of the symmetric group on m-Tamari intervals*, Submitted (voir "http ://arxiv.org/abs/1202.5925")..

[8] M. Bousquet Mélou, G. Chapuy, and L.-F. Préville-Ratelle, *m-Tamari Intervals and Parking Functions : Proof of a Conjecture of F. Bergeron*, Submitted (voir "http ://arxiv.org/abs/1109.2398").

[9] J. Haglund, *The* q,t*-Catalan Numbers and the Space of Diagonal Harmonics*, AMS University Lecture Series, 2008.
(Gratuit via le web : "http ://www.math.upenn.edu/j̃haglund/")

[10] J.E. Humphreys, *Reflection Groups and Coxeter Groups*, Cambridges studies in advanced mathematics, **29**, Cambridge University Press, 1990.

[11] I. G. Macdonald, *A New Class of Symmetric Functions*, Séminaire Lotharingien de Combinatoire, B20a (1988), 41pp.

[12] I.G. Macdonald, *Symmetric functions and Hall polynomials*, second ed., Oxford Mathematical Monographs, The Clarendon Press Oxford University Press, New York, 1995, With contributions by A. Zelevinsky, Oxford Science Publications.

[13] B. Rhoades, *Parking Structures : Fuss Analogs*, (voir "http ://arxiv.org/abs/1205.4293")

[14] B. Sagan, *The Symmetric Group*, Wadsworth and Brooks, 1991.

[15] R.P. Stanley, *Parking Functions and Noncrossing Partitions*, The Wilf Festschrift volume, The Electronic Journal of Combinatorics 4, no. 2, (1997), #R20.
(voir "http ://www.combinatorics.org/ojs/index.php/eljc/article/view/v4i2r20")

[16] R.P. Stanley, *Hyperplane Arrangements Parking Functions and Tree Inversions*, in Mathematical Essays in Honor of Gian-Carlo Rota (B. Sagan and R. Stanley, eds.), Birkhäuser, 1998, 359–375.

[17] R.P. Stanley, *Enumerative Combinatorics*, Volume 1 and 2, Cambridge University Press, 1999.