Combinatoire, Algèbre et Géométrie, Mat 995D
Syllabus et évaluation

François Bergeron

Hiver 2012

Nous allons présenter dans ce cours des résultats récents concernant l'interaction entre la combinatoire algébrique, la théorie des représentations, la théorie des fonctions spéciales et la géométrie algébrique. Le cours s'articule autour de mon livre :

> *Algebraic Combinatorics and Coinvariant Spaces*, CMS Treatise in Mathematics, CMS and A.K.Peters, 2009.

et de certains articles distribués en classe.

1 Combinatoire de Catalan

1.1 Chemins de Dyck et généralisations
1.2 Fonctions de stationnement
1.3 Treillis de Tamari
1.4 Intervals

2 Fonctions symétriques

2.1 Bases et propriétés classiques
2.2 Formules, produit scalaire, et applications
2.3 Transformée de Frobenius de charactères de $\mathbb{S}_n$

3 Représentations graduées et espaces de polynômes

3.1 Preliminaires
3.2 Sous-espaces Homogènes
3.3 Representations graduées
3.4 Caractères gradués

4 Polynômes de Macdonald et (ex) conjecture $n!$

4.1 Polynômes de Macdonald et leurs propriétés
4.1 Opérateurs sur les polynômes de Macdonald
4.2 Modules de Garsia-Haiman
4.3 Résultats et problèmes ouverts

5 Polynômes harmoniques diagonaux

5.1 Définitions

5.2 Résultats récents et problèmes ouverts

5.3 Cas à plusieurs variables

6 Évaluation

Chaque étudiant devra présenter un exposé sur un partie de ce sujet (ou un sujet connexe), accompagné d'un texte présentant les détails de son travail.

Références

[1] J. HAGLUND, *The q,t-Catalan Numbers and the Space of Diagonal Harmonics*, AMS University Lecture Series, 2008.
(Gratuit via le web : "http ://www.math.upenn.edu/jhaglund/")

[2] J.E. HUMPHREYS, *Reflection Groups and Coxeter Groups*, Cambridges studies in advanced mathematics, **29**, Cambridge University Press, 1990.

[3] I. G. MACDONALD, *A New Class of Symmetric Functions*, Séminaire Lotharingien de Combinatoire, B20a (1988), 41pp.

[4] I.G. MACDONALD, *Symmetric functions and Hall polynomials*, second ed., Oxford Mathematical Monographs, The Clarendon Press Oxford University Press, New York, 1995, With contributions by A. Zelevinsky, Oxford Science Publications.

[5] B. SAGAN, *The Symmetric Group*, Wadsworth and Brooks, 1991.

[6] R.P. STANLEY, *Enumerative Combinatorics*, Volume 1 and 2, Cambridge University Press, 1999.