PLAN DE COURS (UQAM) AUT 2019

MAT993L : Géométrie Analytique et Géométrie Algébrique Complexe

PROFESSEUR : Steven Lu
Bureau : PK-5325, Tel : 987-3000 x 1801
Courriel : lu.steven@uqam.ca

HORAIRE de BUREAU: vendredi 9h30-10h30 ou par rendez-vous

ÉVALUATION : Deux devoirs 33% chacun, Exercices 5%
et un Projet final ou Exposé 33%

Pré-réquis : Algèbre linéaire, Algèbre et Analyse complexe.

Contenu : Après une revision rapide de l'analyse complexe en un et en plusieurs variable(s), incluant l'analyticité et les théorèmes de prolongements des fonctions holomorphes, on introduit les notions de base de la géométrie analytique/algébrique (variété complexe, revêtement, fibré vectoriel, fibré (co)tangent et canonique, diviseur, application propre, fonction et différentielle méromorphe/rationnelle, residu, système linéaire, théorie élémentaire de degré et d'intersection). On se concentre au debut sur le cas de surfaces de Riemann (i.e. variétés de dimension complexe 1) et discute leur algébricité, groupes d'automorphism, le théorème d'uniformisation en dimension 1 et leur classification topologique. On développe des résultats saillants en toute dimension en détaillant au moins leur preuves en dimension un et par fois deux (formule d'adjonction, formule de Riemann-Hurwitz, théorème d'indice de Hopf, théorème de Bézout et, en dimension un, de Riemann-Roch). Pour y arriver et aller en profondeur, on introduit et utilise la théorie du faisceau : resolutions naturelles (de Rham, Dolbeault et singulière), leur cohomologies et les isomorphismes associés (e.g. entre celui de de Rham et la cohomologie singulière), dualité de Poincaré, respectivement de Serre, théorème d'annulation de Grothendieck, théorème de la decomposition L_2 (de Hodge) et le principe de GAGA de Serre.

Si le temps le permet, on pourrait aller plus loin. E.g. les théorèmes classique d'annulation des cohomologies (de Serre et de Kodaira) en

indiquant au moins l'idée des preuves au cas projectif et des consequences comme le théorème d'indices de Hodge, ceux de Lefschetz sur les sections d'hyperplanes et sur les classe cohomologiques de type $(1,1)$, faisceau coherent, image directe supérieure, suite spectrale et/ou le programme de la classification birationnelle des varieties projectives complexe (le programme du modèle minimal de Mori, MMP).

Donc, on couvrira au moins l'essentiel du Chapitre 0 et des premières demi-parties du Chapitre 1 et 2 du livre de Griffiths et Harris.

LIVRES DE REFERENCE : (plus de poids sur les *)
==========

1. *GRIFFITH-HARRIS : Principles of Algebraic Geometry, QA564G65. (Référence principale)

2. Claire VOISIN : Théorie de Hodge et Géométrie Algébrique Complexe QA564 V645.2002

3. Otto Forester : Lectures on Riemann Surfaces
QA 333 F6713

En ligne : (via google ou d'autres moyens)
==========

1. *Pierre Dolbealt : Analyse Complexe (inclus presque tout pour le cours)

2. Daniel Huybrechts : Complex Geometry

3. Donu Arapura : Algebraic Geometry over the Complex Numbers

4. (Pour les surfaces de Riemann avec des exercices) Jean-Yves Welschinger : Surfaces de Riemann.