MAT993F-Automne 2014-Séminaire de géométrie et topologie des variétés
Équations Monge-Ampère complexes, Variétés d'Einstein-Kähler
Complex Monge-Ampère equations, Kähler-Einstein manifolds

UQÀM
aleyasin@math.sunysb.edu

Instructeur: S. Ali Aleyasin

Nous donnerons une introduction à la théorie des équations Monge-Ampère complexes (MAC). Le sujet est classique, mais de nouvelles applications et différentes versions se trouvent aujourd'hui dans la littérature. La résolution de la conjecture de Calabi (par Aubin et Yau) et quelques question de la théorie des fonctions de plusieurs variables complexes (Bedford-Taylor) sont parmi les premiers mais fort importants résultats. Parmi les plus nouvelles applications on peut noter le flot Kähler-Ricci (et ses généralisations aux variétés presque-kähleriennes et presque-hermitiennes), qui se trouvent utiles à la résolution de quelques questions de la théorie de 4-variétés. (voir Tosatti, V. Weinkove, B. *The Chern-Ricci flow on complex surfaces*, arXiv:1209.2662 par exemple), également, l'exposé de Donaldson, *Two-forms on four-manifolds and elliptic equations* arXiv:math/0607083v1, où une résolution d'une version généralisée de léquation MAC est liée à des questions de topologie symplectique.

L'aspect analytique sera notre point d'emphase. Mais nous passerons en revue la matière necéssaire de géometrie des variétés kähleriennes et d'analyse d'EDPs linéaires. J'espere que ce cours servira aussi comme une bonne introduction à la théorie d'EDPs non-linéaires.

Dans ce cours, notre premier objectif est de comprendre les travaux classiques d'Aubin et de Yau faits au cours des année 70 pour la résolution de la conjecture de Calabi. Également, nous discuterons le travail de Caffarelli, Kohn, Norenberg et Spruck et quelque travaux plus récents de Kołodžiej et Błocki.

Dans une autre direction, soit l'étude des métriques canoniques, en particulier les métriques d'Einstein-Kähler, nous discuterons quelques questions qui se posent dans l'étude de l'espace des métriques kähleriennes, qui consistent la résolution de l'équation Monge-Ampére complexe homogéne.

Puisque la théorie a différentes applications , il y a différentes directions et de différentes saveurs à suivre et les étudiants devront présenter un sujet de leur choix pertinent à la matière.

Préalables: Connaissances fr base sur la théorie des équations différentielles partielles de type elliptique et les idées de base de la géometrie riemannienne.

Évaluation: Le cours est évalué par deux examens oraux (présentations), comptant 45 % chacune et par la participation qui comptera 10%.

Les reférences principales:

- Li, Han: Elliptic Partial Differential Equations, Courant Institute Lecture Notes.
- Gilbarg, D. Trüdinger, N. Elliptic Partial Differential Equations of Second Order, Springer, 1994.
- Yau, On The Ricci Curvature of a Compact Kähler Manifold and the Complex Monge-Ampère. Equation I. Comm. Pure Applied Math. 31 (3), 339411
- T. Aubin, Nonlinear Analysis on Manifolds, MongeAmpère Equations, Springer, ISBN 0-387-90704-1
- Phong, D.H. Song, J. Sturm, J. Complex Monge-Ampère Equations, arXiv:1209.2203