UQAM Aut 2009

Mat 993C: Séminaire de Géométrie et Topologie

Variétés de dimension 3

PROFESSEUR : Steven Boyer
Bureau : PK-5212
Téléphone : 987-3000, poste 3240
Courriel : boyer.steven@uqam.ca

HORAIRE de COURS : Mardi: 13h00 - 16h00, PK-5115

ÉVALUATION : Une participation active dans le cours plus un exposé.

SEMAINE DE LECTURE : 26 octobre au 30 octobre

OBJECTIFS DU COURS : Ce cours servira comme introduction aux l'état actuel du problème de classification topologiques et géométrique des variétés de dimension 3. Après un développement de éléments de base de la topologie de ces espaces, nous discuterons les travaux de Thurston et de Perelman sur la géométrisation des espaces et actions de groupe en dimension 3 et leur ramifications de leur travaux pour le problème de classification, nous examinerons plusieurs des conjectures les plus importantes du domaine. La dernière partie du cours concentrera sur l'utilisation de lensembles algébrique des caractères des représentations des groupes fondamentaux des variétés de dimension 3 afin détudier ces conjectures et autres problèmes de bases.

PRÉREQUIS

1. **Topologie générale**: espaces topologiques, espaces métriques, espace induit, espace produit, espace quotient, continuité, compacité, connexité. Éléments de bases des complexes simplicials.

2. **Topologie différentiale**: Variétés lisse, fonctions lisse, transversalité, fibrés vectorielles, voisinage tubulaire.

3. **Topologie algébrique**: groupe fondamental, théorème de Van Kampen. Fundamental groups and covering spaces, including Van Kampen's theorem. Groupes d'homotopie de dimension supérieure. Les éléments de base d'homologie et de cohomologie encluant dualité de Poincaré (et de Lefschetz et d'Alexander).

RÉFÉRENCES PRINCIPALES

1. D.B.A. Epstein, *Curves on 2-manifolds and isotopies*, Acta Math. **115** (1966), 83–107. (http://www.springerlink.com/content/062w407210234352/)
2. A.E. Hatcher, **Notes on basic 3-manifold topology**, lecture notes, Cornell University, 2000. (http://www.math.cornell.edu/~hatcher/3M/3Mdownloads.html)
3. P. Scott, *The Geometry of 3-Manifolds*, Bull. London Math. Soc. **15** (1983), 401–487. (http://blms.oxfordjournals.org/cgi/reprint/15/5/401)
4. P. Shalen, *Representations of 3-manifold groups*, Chapter 3 of **Handbook of Geometric Topology**, R.J. Daverman, R.B. Sher, ed., Amsterdam, Elsevier, 2002. (http://www.math.uic.edu/~shalen/handbook.ps)

AUTRES RÉFÉRENCES

1. Wm. Jaco, **Lectures on Three-Manifold Topology**, CBMS Regional Conference Series 43, AMS, 1980, QA1R3556 V43.
2. Wm. Thurston, **The Topology and Geometry of 3-Manifolds**, Princeton University lecture notes. (http://www.msri.org/communications/books/gt3m)
3. G. Bredon, **Topology and Geometry**, GTM 139, Springer-Verlag, 1997 (QA612.B74) (Bonne référence pour les prérequis.)
4. A.E. Hatcher, **Algebraic Toplogy**, http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html

PLAN de COURS

1. Préliminaires
   (a) Groupes d'homotopie, revêtements.
   (b) Homologie et cohomologie
   (c) TOP versus PL versus DIFF
2. La topologie des surfaces compactes
   (a) Classification topologique des surfaces compactes.
   (b) Homotopie versus isotopie des courbes sur des surfaces compactes.
   (c) Homotopie versus isotopie des homéomorphismes de surfaces compactes.
3. Orbifolds

4. Fondements topologiques des variétés de dimension 3
   (a) Constructions des 3-variétés: scindements de Heegaard, chirurgie de Dehn, quotients, fibrés ete semi-fibrés, variétés de Seifert.
   (b) Sommes connexes et la décomposition première des 3-variétés compactes.
   (c) Les théorèmes de lacet et de la sphère.
   (d) Surfaces incompressibles, variétés de Haken, hierarchies.
   (e) La décomposition toroïdale des 3-variétés.

5. La géométrie des variétés de dimension 3
   (a) Géométries, les géométries en dimension 2 et en dimension 3.
   (b) Structures géométriques, géométrisation des surfaces.
   (c) Les variétés admettant une géométrie *Sol*.
   (d) Les géométries des variétés de Seifert
   (e) Variétés hyperboliques.
   (f) Géométrisation en dimension 3.
   (g) L'état du problème de classification topologique et géométrique des variétés de dimension 3.

6. Représentations des groupes fondamentaux des variétés de dimension 3
   (a) L'arbre associé à un corps muni d'une valuation.
   (b) Variétés de représentations et variétés de caractères.
   (c) Courbes de caractères, l'arbre associé à un point idéal.
   (d) Les seminormes de Culler-Shalen et la chirurgie de Dehn.
   (e) La conjecture de Smith, le théorme de chirurgie cyclique.