Université du Québec à Montréal
Département de mathématiques

MAT993S - UNE INTRODUCTION À LA K-STABILITÉ
Hiver 2023

Professeur : Hugues AUVRAY
Bureau : PK-5240
Téléphone : 987-3000, poste 8567
Courrier électronique : hugues.auvray@universite-paris-saclay.fr, auvray.hugues@uqam.ca

OBJECTIFS

Le fil directeur de ce cours est un concept central en gométrie kählérienne actuelle : la K-stabilité. Après un survol de la théorie « classique » des variétés kählériennes, on introduira cette notion, dérivée de la Théorie géométrique des invariants, en précisant les motivations de Yau, Tian et Donaldson à la faire émerger, eu égard, notamment, au problème de Calabi, et on dressera un panorama le plus complet possible de l'état de la recherche dans ce domaine.

CONTENU PRÉVISIONNEL DU COURS

Théorie de Hodge riemannienne. Variétés complexes, variétés kählériennes. Champs de vecteurs et automorphisme. Métriques de Kähler-Einstein et théorème de Calabi-Yau. Métriques kählériennes à courbure scalaire constante, métriques extrémales. Théorie de Kempf-Ness. Géométrie de l'espace de potentiels de Kähler. K-stabilité.

NOTES DE COURS

Scans de notes manuscrites à la demande.

RÉFÉRENCES SOMMAIRES

[GH] Griffiths, Ph. & Harris, J., *Principles of algebraic geometry.* Reprint of the 1978 original. Wiley Classics Library. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994. xiv+813 pp.
[BDIP] Bertin, J., Demailly, J.-P., Illusie, L. & Peters, Ch., *Introduction à la théorie de Hodge.* Panoramas et Synthses, 3. Société Mathématique de France, Paris, 1996. vi+273 pp. Disponible sur le site de J.-P. Demailly.

[Be] Besse, A. L. *Einstein manifolds.* Reprint of the 1987 edition. Classics in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2008. xii+516 pp.
[Bi1] Biquard, O., *Métriques kählriennes à courbure scalaire constante : unicité, stabilité.* Séminaire Bourbaki. Vol. 2004/2005. Astérisque No. 307 (2006), Exp. No. 938, vii, 1–31.
[Bi2] Biquard, O., *Métriques kählriennes extrémales sur les surfaces toriques (d'aprs S. Donaldson).* Séminaire Bourbaki. Vol. 2009/2010. Exposés 1012–1026. Astérisque No. 339 (2011), Exp. No. 1018, viii, 181–201.
[BH] Biquard, O. & Höring, A., *Kähler Geometry and Hodge theory.* Notes de cours disponibles sur le site d'A. Höring.
[D1] Demailly, J.-P., *Complex analytic and differential geometry.* Disponible en ligne sur le site de l'auteur.
[D2] Demailly, J.-P., *Variational approach for complex Monge-Ampre equations and geometric applications.* Séminaire Bourbaki. Vol. 2015/2016. Exposés 1104–1119. Astérisque No. 390 (2017), Exp. No. 1112, 245–275.
[E] Eyssidieux, Ph., *Métriques de Kähler-Einstein sur les variétés de Fano (d'après Chen-Donaldson-Sun et Tian).* Astérisque No. 380, Séminaire Bourbaki. Vol. 2014/2015 (2016), Exp. No. 1095, 207–229.
[G] Gauduchon, P., *Calabi's extremal metrics: an elementary introduction.* Notes disponibles à la demande.
[J] Joyce, D., *Compact manifolds with special holonomy.* Oxford Mathematical Monographs. Oxford University Press, Oxford, 2000. xii+436 pp.
[O] Odaka, Y., *K-stability and algebraic geometry*, exposé du 6 décembre 2013 disponible en ligne sur la chaîne YouTube Stony Brook Mathematics.
[RT] Ross, J. & Thomas, R. *A study of the Hilbert-Mumford criterion for the stability of projective varieties.* J. Algebraic Geom. 16 (2007), no. 2, 201–255.
[Sz] Székelyhidi, G., *An introduction to extremal Kähler metrics.* Graduate Studies in Mathematics, 152. American Mathematical Society, Providence, RI, 2014. xvi+192 pp.
[T] Tosatti, V., *Introduction to K-stability*, exposé du 6 décembre 2013 disponible en ligne sur la chaîne YouTube Stony Brook Mathematics.
[V] Voisin, C., *Théorie de Hodge et géométrie algébrique complexe.* Cours Specialiss , 10. Société Mathématique de France, Paris, 2002. viii+595 pp.

ÉVALUATION

Des présentations orales (français ou anglais) seront organisées en fin de semestre.