Mat 9933 Séminaire de géométrie et topologie III

Hiver 2000 Professeur: André Joyal

Sujet: Théories quantiques pour mathématiciens

Les mathématiques et la physique entretiennent depuis toujours des liens à la fois profonds et féconds. Citons les liens entre mécanique analytique et géométrie différentielle, entre mécanique des milieux continus, électromagnétisme et théorie des équations aux dérivées partielles, entre relativité générale et géométrie riemannienne, entre mécanique statistique et probabilité. La création de la mécanique quantique est l'un des événements scientifiques marquants du XX-ième siècle. Elle a inspiré de nombreux développements en mathématiques avec la théorie des algèbres d'opérateurs, des représentations des groupes continus et récemment des groupes quantiques. Plus récemment, la théorie quantique des champs (QFT) est devenue une source importante d'inspiration en géométrie et en topologie avec la théorie du champ conforme (CFT), du champ topologique (TQFT) et avec la symétrie miroir.

Le but du séminaire sera d'initier les participants à la théorie quantique des champs et des cordes. Aucune connaissance de physique n'est requise sinon les plus élémentaires. Pour débuter nous ferons une brève revue des principes variationnels en mécanique analytique et en électromagnétisme. Nous ferons ensuite une revue de la mécanique quantique et des règles de quantification. Comme introduction à la théorie quantique des champs, nous étudierons les systèmes quantiques avec un nombre fini de degrés de liberté. Introduction aux espaces de Fock, à la théorie des perturbations, au théorème de Wick et aux diagrammes de Feynman. Nous poursuivrons en utilisant les ouvrages suivants:

" Quantum Fields and Strings: A Course for Mathematicians "
Vol[1], [2] and [3]
edited by Pierre Deligne, David Kazhdan, Edward Witten and al.
AMS Contemporary Mathematics 1999.
http://www.ams.org/cgi-bin/bookstore

Vol [1] Part I : Classical fields and supersymmetry
Vol [1] Part II : Formal aspects of QFT

About this book : " The goal is to create and convey an understanding, in terms congenial to mathematicians, of some fundamental notions of physics ... [and to] develop the sort of intuition common among physicists for those who are used to thought processes stemming from geometry and algebra" - Robert MacPherson

" Quantum Field Theory "
Lewis H. Ryder
Cambridge University Press 1996
ISBN 0521 47242 3 (hardcover)
ISBN 0521 47814 6 (paperback)

" Geometry and Quantum Field Theory "
edited by Daniel S. Freed, Karen K. Uhlenbeck
IAS/Park City Mathematics Series Volume 1
American Mathematical Society 1995

" The geometry of physics"
par Theodore Frankel
Cambridge University Press
ISBN 0 521 38753 I

"Field Quantization"
par Greiner et Reinhardt
Springer, New York
ISBN 3-540-59179-6

Remarques : Pour un exposé d'introduction à la théorie quantique des champs je vous invite à participer au séminaire sur le sujet durant le mois de janvier 2000 au CRM:

"Mathematical foundation of second quantization"
par Jan Derezinski

Pour information: http//www.crm.umontreal.ca