Hiver 2005
S. Lu

MAT9932 : Séminaire de Géométrie et Topologie

Ce cours est à la fois complémentaire et indépendant au niveau formel du cours MAT7113 Surfaces de Riemann. Il traitera surtout d'aspects géométriques et topologiques liés à l'étude des surfaces de Riemann.
Une base de Géométrie Différentielle semble être un pré-requis raisonnable pour ce cours.
Voici une brève description non-ordonnnée des sujets abordés dans le cadre du Séminaire.
Topologie et classification des surfaces de Riemann, rappels sur les revêtements.
Le plan hyperbolique et ses transformations. Notion d'orbifold de Riemann et généralisation.
Structures complexes sur une surface de Riemann, uniformisation des surfaces de Riemann.
Connexions sur les fibrés et théorie de Chern-Weil, lien avec le groupe fondamental.
Différentielles holomorphes, Théorème de Riemann-Roch, applications et généralisations.

Automorphismes

Ce groupe d'exposés aura pour but de comprendre quels sont les automorphismes du plan complexe $\mathbb{C}$, du demi-plan $\mathbb{H}^2$, du disque D^2 et de la sphère de Riemann S^2. Cette matière nécéssite certaines notions d'Analyse Complexe dépassant un cours d'introduction, mais qui ne devrait pas poser problème.

Voici deux références de base pour ce sujet:

- H. Cartan, *Theory of Analytic Functions*, Hermann QA331 C3213 1973.

- A. F. Beardon, *A primer on Riemann Surfaces*, Cambridge QA333 B33.

Connections sur les fibrés au-dessus des surfaces de Riemann

Ce sujet, qui sera abordé à la fin du cours, est à la fois très vaste et permet aux étudiants d'introduire un bon nombre d'outils de la Géométrie Différentielle moderne.

Voici un plan sommaire des sujets à traiter:

Rappels sur les fibrés vectoriels réels et complexes.
Connexions sur les fibrés réels et complexes, introduction aux classes de Chern via les connexions, formules de Gauss Bonnet.
Lien entre connections plates sur les fibrés et représentations du groupe fondamental de la variété.
Enoncé du Théorème de Narasimhan et Seshadri.

Il y a plusieurs références utiles pour ce sujet. En voici quelques unes:

- S. S. Chern, *Complex Manifolds Without Potential Theory*, Springer QA613 C5 1979. Chapitre 5 et 6 et Appendices 2,3 et 5.

- S. S. Chern, *Lectures on Differential Geometry*, World Scientific. Chapitres 4 et 7.

- P. Griffiths, J. Harris, *Principles of Algebraic Geometry*, Wiley, QA564 G65. Chapitres 0 et 3.

- S. Kobayashi, *Differential geometry of complex vector bundles*, Princeton, QA612.63 K63.