UQAM Aut 2006

Mat 9931: Séminaire de Géométrie Différentielle et Topologie

Classes Caractéristiques

PROFESSEUR : Steven Boyer, PK-5212, 987-3000 (poste 3240), boyer@math.uqam.ca

HORAIRE de COURS: Mardi et Jeudi, 13h 30 - 15h 00, Salle-2540

SEMAINE de LECTURE: 23–27 octobre (8e semaine de la session)

EVALUATION: Une participation active dans le cours, la rédaction de quelques problèmes du livre de Milnor-Stasheff, un exposé.

DESCRIPTION: Le but de ce cours est de développer les éléments de base de la théorie de classes caractéristiques. Nous commençons avec la classification homotopique des fibrés localement triviaux, avec groupe de structure, sur des espaces paracompact. Nous considérons, plus particulièrement, les fibrés vectoriels et leurs opérations naturelles : $\oplus, \times, \otimes, \wedge$, etc. Ensuite, nous étudions la théorie des classes caractéristiques : classes de Stiefel-Whitney, classe de Thom, classe d'Euler, classes de Chern, classes de Pontryagin. Nous discutons des approches et interpretations différentes pour ces invariants : axiomatisation, obstructions, cohomologie des espaces classifiant, théorie de Chern-Weil. Chaque approche mène à des applications frappantes.

REFERENCES PRINCIPALES:

1. J. Milnor et J. Stasheff, *Characteristic Classes*, Princeton University Press, 1974[1].
2. N. Steenrod, *The Topology of Fibre Bundles*, Princeton University Press, 1951.
3. D. Husemoller, *Fibre Bundles*, GTM 20, Springer-Verlag, 1975.

PLAN DE COURS

1. Classification homotopique des fibrés localement triviaux.
2. Fibrés vectoriels, constructions et opérations sur des fibrés vectoriels.
2. Description axiomatique des classes de Stiefel-Whitney et applications.
3. Variétés de Grassman, fibrés universels, classes caractéristiques.
4. Structures CW pour les variétés de Grassman; leurs anneaux de cohomologie.
5. Existence de classes de Stiefel-Whitney.
6. Fibrés vectoriels orientés et classe d'Euler.

[1] À vendre à la librairie scientifique du Coop-UQAM (PK-R205)

7. L'isomorphisme de Thom.
8. Calculs pour les variétés lisses.
9. Interprétation de classes de Stiefel-Whitney et de la classe d'Euler comme obstructions.
10. Fibrés vectoriels complexes et classes de Chern et Pontryagin.
11. Nombres de Chern et de Pontryagin.
12. Anneau de cobordisme, espace de Thom et transversalité.
13. Le théorème de signature; structures exotiques sur les sphères.
14. K-théorie topologique.
15. Théorie de Chern-Weil.