Université du Québec à Montréal
Département de mathématiques

PLAN DE COURS

AUTOMNE 2004

MAT 9400-10 **Algèbre et combinatoire**

Alain Goupil PK 7210
Local
Tél. : 987-4186 (messages)
courriel : goupil@math.uqam.ca
Préalable : MAT 7352

Objectifs et contenu du cours :

- Initier à la recherche en mathématiques.
- Exposer les étudiants à des problèmes non résolus en théorie des représentations linéaires du groupe symétrique et de ses extensions et explorer des pistes de solutions.
- Favoriser l'utilisation de logiciels de calcul symbolique pour la pratique des mathématiques.

Contenus spécifiques

1. Représentations et caractères des groupes finis et du groupe symétrique S_n, des algèbres de Hecke de type A, des groupes de réflexions.
2. Construction des représentations irréductibles de Sn.
3. Algorithmes associés au groupe symétrique et à ses extensions.
   - Règle de Murnaghan-Nakayama
   - Algorithme de Robinson-Schensted-Knuth
4. Fonctions symétriques
5. Problèmes non résolus en représentations du groupe symnétrique.
   - Problème du produit de classes de conjugaison.
     -Éléments de Jucys-Murphy
     -Polynômes de classes
   - Problème du produit de Kronecker de représentations.
     -Polynômes de caractères.

NE PAS ÉCRIRE SUR CETTE FEUILLE.

Aide Test 1

1. Les étapes de la démarche scientifique

1. La formulation d'une problématique et d'une ou plusieurs questions de recherche.
2. Le choix d'une méthode d'investigation et l'élaboration d'un instrument de mesure.
3. La collecte des données.
4. L'organisation et le traitement des données.
5. L'analyse et l'interprétation des résultats.
6. La diffusion des résultats.

2. Les techniques d'échantillonnage

1. Échantillon aléatoire simple.
2. Échantillon aléatoire systématique.
3. Échantillonnage stratifié.
4. Échantillonnage par grappes.
5. Échantillonnage à l'aveuglette.
6. Échantillonnage par quotas.
7. Échantillonnage au jugé.
8. Échantillonnage de volontaires.
9. Échantillonnage systématique non aléatoire.

3. Qualités que doivent respecter une question

1. Pertinence.
2. Clarté.
3. Neutralité.

Textes de référence

- F. Bergeron; *Combinatoire algébrique*, notes de cours, mai 2004.
- Bruce E. Sagan, *The Symmetric Group representations, combinatorial algorithms, & Symmetric Functions,* Wadsworth & Brooks/Cole, 1991.
- A. Garsia *; Introduction to the representation theory of finite groups,* notes de cours, UCSD, juillet 2003.
- G. James, A. Kerber ; *The representation theory of the symmetric group,* Encyclopedia of mathematics and its applications, no 16, Addison Wesley, 1981
- I.G. Macdonald, *Symmetric functions and Hall Polynomials*, 2e édition, Oxford univ. press, 1995.

Évaluation

Travaux pratiques (Maple) et devoirs : 35%

Projet de session (65%): travail écrit : 35%

présentation orale 30%

NE PAS ÉCRIRE SUR CETTE FEUILLE.

Aide Test 1

1. Les étapes de la démarche scientifique

1. La formulation d'une problématique et d'une ou plusieurs questions de recherche.
2. Le choix d'une méthode d'investigation et l'élaboration d'un instrument de mesure.
3. La collecte des données.
4. L'organisation et le traitement des données.
5. L'analyse et l'interprétation des résultats.
6. La diffusion des résultats.

2. Les techniques d'échantillonnage

1. Échantillon aléatoire simple.
2. Échantillon aléatoire systématique.
3. Échantillonnage stratifié.
4. Échantillonnage par grappes.
5. Échantillonnage à l'aveuglette.
6. Échantillonnage par quotas.
7. Échantillonnage au jugé.
8. Échantillonnage de volontaires.
9. Échantillonnage systématique non aléatoire.

3. Qualités que doivent respecter une question

1. Pertinence.
2. Clarté.
3. Neutralité.

Suggestions de projets.

1- Les éléments de Jucys-Murphy

A. Okounkov, A. Vershik ; *A new approach to representation theory of symmetric groups*, Selecta mathematica, New series, vol. 2, no 4, 1996, 581—605.

A. Garsia ; *Young seminormal representation, Murphy elements and Content evaluation*, lecture notes, UCSD, mars 2003.

G.E. Murphy ; *A new construction of Young's Seminormal representation of the symmetric group*, J. of Algebra, 69, 287—297, 1981.

G. Moran ; *The center of $Z[S_{n+1}]$ is the set of symmetric polynomials in n commuting transpositions-sums*, Transactions of the american mathematical society, vol. 332, number 1, 1992.

2- Les constellations, un modèle combinatoire pour le produit de classes de conjugaisons

M. Bousquet-Mélou, G. Schaeffer ; *Enumeration of planar constellations*, Advances in Applied Mathematics, 24, 337—368, 2000.

3- L'évaluation des caractères irréductibles du groupe symétrique et des algèbres de Hecke.

A. Ram ; *A Frobenius formula for the characters of the Hecke algebras*, Invent. math. 106, 461—488, 1991.

Y. Roichman ; *A recursive rule for Kazhdan-Lusztig Characters*, Advances in Mathematics, 129, 25—45, 1997.

R.C. King, B.G. Wybourne ; *Representations and traces of the Hecke algebras $H_n(q)$ of type A_{n-1}*, J. math. phys. 33 (1), 1992.

4- Les puissances tensorielles des représentations irréductibles de S_n.

5- Algèbres de descente.

6- Une preuve bijective de la formule des équerres.

J.C. Novelli, I. Pak, A.V. Stoyanovski ; *A direct bijective proof of the hook length formula*, Discrete math. Theor. Comp. Science 1 (1997) 53—67.

7- Construction de Young des représentations irréductibles de S_n.

The Collected papers of A. Young, 1873-1940, Math. Expositions V #21 Univ. of Toronto Press 1977.

A. Garsia, *Alfred Young's Construction of The irreductible representations of S_n*, notes de cours, UCSD, 2003.

NE PAS ÉCRIRE SUR CETTE FEUILLE.

Aide Test 1

1. Les étapes de la démarche scientifique

1. La formulation d'une problématique et d'une ou plusieurs questions de recherche.
2. Le choix d'une méthode d'investigation et l'élaboration d'un instrument de mesure.
3. La collecte des données.
4. L'organisation et le traitement des données.
5. L'analyse et l'interprétation des résultats.
6. La diffusion des résultats.

2. Les techniques d'échantillonnage

1. Échantillon aléatoire simple.
2. Échantillon aléatoire systématique.
3. Échantillonnage stratifié.
4. Échantillonnage par grappes.
5. Échantillonnage à l'aveuglette.
6. Échantillonnage par quotas.
7. Échantillonnage au jugé.
8. Échantillonnage de volontaires.
9. Échantillonnage systématique non aléatoire.

3. Qualités que doivent respecter une question

1. Pertinence.
2. Clarté.
3. Neutralité.

Bibliographie supplémentaire

R. M. Adin, A. Postnikov, Y. Roichman ; *On characters of Weyl groups* Discrete Math. 226 (2001), 355--358.

Y. Roichman ; *Characters of the symmetric groups: recursive formulas, estimates and applications*, dans: IMA Math. App. Vol. 109, Emerging Applications of Number Theory (J. Friedman, M. C. Gutzwiller, D. A. Hejhal, A. M. Odlyzko, Eds.), 525--546.

A. Frumkin, G. D. James, Y. Roichman ; *On trees and characters.* J. Algebraic Combin., à paraître.

M. K. Ganapathy ; *Kronecker products of Schur functions*, Lecture notes, printemps 2003.

A. Garsia ; *Young seminormal representation Murphy elements and content evaluation.* Lecture notes , UCSD, mars 2003.

A. Jucys, *Symmetric Polynomials and the center of the symmetric group ring*, Reports math. Phys. 5, 1974, 107-112

G.E. Murphy, *On the idempotents of the symmetric group and Nakayama's conjecture*, J. of Algebra 81, 258—264, 1983

NE PAS ÉCRIRE SUR CETTE FEUILLE.

Aide Test 1

1. Les étapes de la démarche scientifique

1. La formulation d'une problématique et d'une ou plusieurs questions de recherche.
2. Le choix d'une méthode d'investigation et l'élaboration d'un instrument de mesure.
3. La collecte des données.
4. L'organisation et le traitement des données.
5. L'analyse et l'interprétation des résultats.
6. La diffusion des résultats.

2. Les techniques d'échantillonnage

1. Échantillon aléatoire simple.
2. Échantillon aléatoire systématique.
3. Échantillonnage stratifié.
4. Échantillonnage par grappes.
5. Échantillonnage à l'aveuglette.
6. Échantillonnage par quotas.
7. Échantillonnage au jugé.
8. Échantillonnage de volontaires.
9. Échantillonnage systématique non aléatoire.

3. Qualités que doivent respecter une question

1. Pertinence.
2. Clarté.
3. Neutralité.