UQÀM

Département de mathématiques

Automne 2016

MAT 8510
CALCUL STOCHASTIQUE APPLIQUÉ

Groupe 10

Cours	Lundi 9h30 – 12h30	SH-3760
Séance d'exercices	Vendredi 9h30 – 11h30	SH-3760

COORDONNATEUR DU COURS

Nom Mathieu Boudreault
Courriel boudreault.mathieu@uqam.ca

ENSEIGNANT DU COURS

Nom Michel Adès
Courriel ades.michel@uqam.ca

DÉMONSTRATEUR DU COURS

Nom Fatma Belaid
Courriel belaid.fatma@courrier.uqam.ca

Objectifs

Ce cours vise à fournir à l'étudiant les fondements nécessaires au calcul stochastique et aux processus stochastiques, de sorte qu'il puisse les appliquer dans les différents domaines de la finance : ingénierie financière, gestion des risques et de portefeuilles.

Thèmes

I. Généralités

1- Rappel sur le calcul différentiel et intégral.

2- Rappel sur les probabilités :
Expérience aléatoire, espace échantillon, événement, variable aléatoire, espace de probabilité, probabilité conditionnelle, mesure de probabilité, tribu, fonctions de masse, de densité et de répartition, espérance, variance, covariance et leurs propriétés, espérance conditionnelle, théorème de Bayes.
Lois discrètes et continues :
a) Binomiale, Normale, Exponentielle.
b) Géométrique, Binomiale Négative, Poisson, Hypergéométrique, Gamma, Multinomiale *(si le temps le permet)*.

3- Théorème Central Limite (TCL) : Preuve et applications.

4- Fonctions génératrices des moments (fgm) des différentes distributions et leur dérivation en faisant appel au calcul différentiel et intégral.
Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev *(si le temps le permet)*.

5- Sommes aléatoires, définition, distribution, espérance, variance et application des fgm en utilisant le calcul différentiel et intégral.

6- Modèle binomial et différentes options financières.

7- Distribution Lognormale et applications en finance.

8- Mouvement brownien géométrique et applications en finance.

II. Processus stochastiques

9- Chaînes de Markov, définition et exemples, matrice de transition, promenade aléatoire, équations de Chapman-Kolmogorov et applications, probabilités limites, système ergodique.
Classification des états, périodicité *(si le temps le permet)*.

10- Mouvement brownien, définition et propriétés, calcul des probabilités dans le contexte d'interpolation et d'extrapolation, pont brownien.
Mouvement brownien entre deux points.
Loi du maximum, loi de l'arc sinus du brownien *(si le temps le permet)*.

11- Sigma algèbre, temps d'arrêt et exemples.

12- Théorie des martingales, définition, exemples, théorème du temps d'arrêt pour les martingales.

13- Martingales et mouvement brownien.

III. Intégrales stochastiques

14- Étude détaillée de la théorie des intégrales stochastiques d'Itô, définition, propriétés.

15- Différentielle stochastique, processus d'Itô, lemmes simplifié et généralisé d'Itô.

16- Table de multiplication d'Itô et variation quadratique du mouvement brownien.

der, P. ; Fox, M. ; Vaguener, F. 2015. « *Mathématiques financières* ». 2e éd. Paris : . http://virtuolien.uqam.ca/tout/UQAM_BIB001259607
thèque des sciences, comptoir de prêt et réserve.

Simon, C.P. ; Blume, L. 1998. «*Mathématiques pour économistes*». Bruxelles : De oeck. http://virtuolien.uqam.ca/tout/UQAM_BIB000308097
Bibliothèque des sciences, comptoir de prêt et réserve.

DÉROULEMENT DES EXAMENS

L'étudiant doit poser sur sa table sa carte d'identité de l'UQAM au début de l'examen.

Documents et autres

Aucun document n'est permis, outre le formulaire qui sera annexé à votre questionnaire. Les téléphones cellulaires doivent être rangés. Les calculatrices non programmables sont permises, mais sont interdites celles dont les fonctions sont normalement associées à celles d'un ordinateur (par exemple, la TI-92).

Retard à un examen

Aucun étudiant ne pourra quitter la salle d'examen durant la première heure. Aucun étudiant ne sera admis à la salle d'examen avec plus d'une heure de retard. L'étudiant pourra se rendre à la toilette sur demande, mais ne sera pas réadmis dans la salle d'examen s'il s'absente pour toute autre raison.

Absence à un examen

Si vous *devez* vous absenter d'un examen pour une raison valable, vous devez remplir un formulaire ***dans les 4 jours ouvrables après la date de l'examen***. Vous pouvez vous procurer le formulaire au département de mathématiques (local PK-5151). Vous devez *obligatoirement* annexer les pièces justificatives originales. S'il s'agit d'un papier médical, celui-ci doit explicitement affirmer que vous n'étiez pas en mesure de composer un examen le jour en question. Il appartient à l'enseignant d'étudier cas par cas les raisons d'une absence et d'autoriser ou non un examen différé.

En particulier, les motifs suivants ne seront ***pas*** acceptés :

1) conflits d'horaire avec d'autres cours;
2) billets de voyage;
3) activités professionnelles.

Les simples billets de médecins ne seront pas acceptés.

En cas d'incapacité, communiquer par courriel ou par téléphone avec l'enseignant du cours.

Modification ou révision de notes

Les directives concernant une demande de modification ou de révision de note d'un examen se trouvent au www.orh.esg.uqam.ca/vie-etudiante/modification-de-notes.html. Veuillez-vous adresser *à votre enseignant* si vous voulez voir votre copie.

Complément à propos des examens différés

Dans le cas où un examen différé aurait été autorisé par l'enseignant, il sera plus difficile que l'original afin de tenir compte du temps d'étude supplémentaire disponible, et ce, par souci d'équité pour les autres étudiants.

Communication des résultats

Les résultats des évaluations vous seront communiqués via le logiciel RÉSULTATS : www.resultats.uqam.ca/etudiant/

RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de « tolérance zéro », la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.

Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté

CALENDRIER DÉTAILLÉ DU COURS / AUTOMNE 2016 / GROUPE 10

COURS	DATE	THÉORIE
1	Lundi le 12 septembre	Thème : 1
2	Lundi le 19 septembre	Thème : 2
3	Lundi le 26 septembre	Thèmes : 2 suite et 3
4	Lundi le 3 octobre	Thèmes : 4, 5 et 6 **PREMIER TEST**
5	Lundi le 10 octobre	**Congé** Action de Grâces
6	Lundi le 17 octobre	Thèmes : 7, 8 et 9
7	Lundi le 24 octobre **Dimanche le 30 octobre**	Thème: 9 suite / **Révision** **EXAMEN INTRA**
8	Lundi le 31 octobre	Thème : 10
9	Lundi le 7 novembre	Thèmes : 11, 12 et 13
10	Lundi le 14 novembre	Thèmes : 14 et 15
11	Lundi le 21 novembre	Thème : 16 **DEUXIÈME TEST**
12	Lundi le 28 novembre	Thème : 17
13	Lundi le 5 décembre	Thème : 18
14	Lundi le 12 décembre	**Révision**
15	**Dimanche le 18 décembre**	**EXAMEN FINAL**

Dates et contenu des travaux pratiques / Groupe 10

Séance 1 / Vendredi le 23 septembre
Problèmes sur le calcul différentiel et intégral : une petite sélection.
Problèmes sur l'espace échantillon, variable aléatoire, probabilité conditionnelle, mesure de probabilité, tribu, fonctions de masse, de densité et de répartition.

Séance 2 / Vendredi le 30 septembre
Problèmes sur l'espérance, variance, covariance, espérance conditionnelle, théorème de Bayes.
Problèmes sur les lois discrètes et continues, et sur les applications du TCL.
Problèmes sur les fonctions génératrices des moments (fgm) des différentes distributions en faisant appel au calcul différentiel et intégral.

Séance 3 / Vendredi le 7 octobre
Problèmes sur les sommes aléatoires avec applications des fgm en utilisant le calcul différentiel et intégral.
Problèmes sur le modèle binomial et sur la distribution Lognormale en finance.

Séance 4 / Vendredi le 14 octobre
Problèmes sur le mouvement brownien géométrique et les chaînes de Markov.

Séance 5 / Vendredi le 21 octobre
Suite des problèmes sur les chaînes de Markov.

Séance 6 / Vendredi le 28 octobre
Révision

Séance 7 / Vendredi le 4 novembre
Problèmes sur le mouvement brownien.

Séance 8 / Vendredi le 11 novembre
Suite des problèmes sur le mouvement brownien.
Problèmes sur le temps d'arrêt, les martingales et sujets connexes.

Séance 9 / Vendredi le 18 novembre
Problèmes sur les intégrales stochastiques, lemme d'Itô et sujets connexes.

Séance 10 / Vendredi le 25 novembre
Problèmes sur la table d'Itô et les équations différentielles stochastiques.

Séance 11 / Vendredi le 2 décembre
Problèmes sur la différentielle d'un produit, covariation quadratique, exponentielle stochastique.

Séance 12 / Vendredi le 9 décembre
Problèmes sur le théorème de Girsanov, dérivée de Radon-Nikodym, la théorie de Black-Scholes et diverses applications en finance.

Séance 13 / Vendredi le 16 décembre
Révision

N.B. ***Les dates mentionnées dans le calendrier détaillé de même que dans les travaux pratiques sont flexibles dans le temps.***

Échantillon de calculatrices

1) SHARP-EL520XBWH (scientifique, environ 20 $).

2) SHARP-EL738C (financière, environ 37 $).





********Bonne session d'automne 2016 et excellent succès********
Michel Adès