Université du Québec à Montréal Automne 2015
Département de mathématiques groupe 10

MAT 8510
CALCUL STOCHASTIQUE APPLIQUÉ

Objectifs

Ce cours vise à fournir à l'étudiant les fondements nécessaires au calcul stochastique et aux processus stochastiques, de sorte qu'il puisse les appliquer dans les différents domaines de la finance : ingénierie financière, gestion des risques et de portefeuilles.

Thèmes

- **Généralités**

Lois usuelles de probabilités. Célèbres inégalités : «Markov, Bienaymé-Tchebychev, Jensen», lois faible et forte des grands nombres, théorèmes limites, fonctions génératrices des moments, espérance conditionnelle, sommes aléatoires, modèle binomial.

- **Processus stochastiques**

Chaîne de Markov, définition, matrice de transition, équations de Chapman-Kolmogorov, probabilités limites, ergodicité, promenade aléatoire.
Mouvement brownien, définition et propriétés, loi du maximum, mouvement brownien géométrique, calcul des probabilités dans le contexte d'interpolation et d'extrapolation, loi de l'arc sinus du brownien, pont brownien. Martingales et sujets connexes.

- **Intégrales stochastiques**

Intégrale et lemme d'Itô.

- **Équations différentielles stochastiques**

Équation différentielle stochastique, existence et unicité de solution, compléments sur les équations différentielles stochastiques.

- **Premier pas avec le calcul stochastique**

Équation de Langevin, théorème de Girsanov et ses applications, formule de Black-Scholes et diverses applications à la finance.

Matière des examens

En général, l'examen intra portera jusqu'aux chaînes de Markov inclusivement, alors que l'examen final portera sur le mouvement brownien jusqu'aux modèles de Black-Scholes.

Évaluation

. Premier test de 10% d'une durée d'une heure et quinze minutes : Lundi le 5 octobre de 11h15 à 12h30;
. Examen intra commun avec les autres groupes, de 40% d'une durée de trois heures: Dimanche le 1^{e} novembre de 10h00 à 13h00;
. Deuxième test de 10% d'une durée d'une heure et quinze minutes : Lundi le 23 novembre de 11h15 à 12h30;

. Examen final commun avec les autres groupes, de 40% d'une durée de trois heures: Dimanche le 20 décembre de 10h00 à 13h00.
. Tous ces examens auront lieu en classe.
. Aux examens, seules les absences pour des raisons médicales sérieuses seront acceptées. Les simples billets de médecins ne seront pas acceptés.
. *Il n'y a pas d'examen de reprise*. L'examen différé n'est pas un droit mais un privilège.
. Les formulaires seront distribués aux examens.
. Les notes de cours, en deux parties, sont disponibles à la Coop-Sciences de l'UQÀM.
. *La connaissance du calcul différentiel et intégral est essentielle dans le cours.*

Bibliographie

[1] Baxter, M., Rennie, A. *«Financial Calculus»*, Cambridge University Press, 2002.
[2] Castañeda, L. B. et al. *«Probability and Stochastic Processes* »,Wiley, 2012.
[3] Comets, F., Meyre, T. *«Calcul stochastique et modèles de diffusion»*, Dunod, 2006.
[4] Cvitanić, J, Zapatero, F. *«Economics and Mathematics of Financial Markets»*, MIT, 2004.
[5] El Karoui, N., Gobet, E. *« Les outils stochastiques des marchés financiers, une visite guidée de Einstein à Black-Scholes»*, Les Éditions de l'École Polytechnique, 2011.
[6] Etheridge, A. *«A Course in Financial Calculus»*, Cambridge University Press, 2002.
[7] Epps, T. W. *«Quantitative Finance»*, Wiley, 2009.
[8] Focardi, S. M., Fabozzi, F. J. *«The Mathematics of Financial Modeling & Investment Management»*, Wiley, 2004.
[9] Guojun Gan et al, *«Measure, Probability, and Mathematical Finance: A Problem-Oriented Approach»*, Wiley, 2014.
[10] Hirsa, A. *«Computational Methods in Finance»*, CRC 2013.
[11] Hull, J. *«Options, futures et autres actifs derivés»*,8e édition, Pearson, 2011.
[12] Hull, J. *«Futures et options: Principes fondamentaux»*, 6e édition, Pearson, 2009.
[13] Junghenn, D. H. *«Option Valuation: A First Course in Financial Mathematics»*, CRC, 2012.
[14] Kennedy, D. *«Stochastic Financial Models»*, CRC, 2010.
[15] Lamberton, D., Lapeyre, B. *«Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance»*, Ellipses, 1997.
[16] Lindstöm, E et al, *«Statistics for Finance»*, CRC, 2015.
[17] Mikosch, T. *«Elementary stochastic calculus with finance in view»*, World Scientific, 1999.
[18] Øksendal, B. *«Stochastic Differential Equations»*, sixth edition, Springer, 2003.
[19] Racicot, F. E., Théoret, R. *«Finance computationnelle et gestion des risques»*, Presses de l'Université du Québec, 2006.
[20] Ross, S. *«Introduction to Probability Models»*, Academic Press, tenth edition, 2011.

RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de « tolérance zéro », la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.
Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles

et des sanctions applicables. Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le Règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante :http://www.sciences.uqam.ca/decanat/reglements.php
Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.

POLITIQUE DES EXAMENS DIFFÉRÉS

Proposition R-13-696 présentée par le Comité exécutif

Il est PROPOSÉ que l'Assemblée départementale adopte la politique départementale suivante pour les examens différés :

La possibilité pour un étudiant d'avoir un examen différé n'est pas un droit, mais un privilège. L'autorisation d'un examen différé est de caractère exceptionnel. L'enseignant n'a pas d'obligation d'accepter l'examen différé.

La demande d'autorisation d'un examen différé faite par l'étudiant, l'étudiante doit être étayée et déposée dans un délai de 5 jours ouvrables après la date de l'examen.

Il est de la responsabilité de l'étudiant, de l'étudiante d'éviter les conflits d'horaire lors de l'inscription. Un tel conflit ne constitue pas un motif pour justifier une demande d'examen différé.

L'enseignant tient compte, dans la rédaction de l'examen différé et de son niveau de difficulté, du temps supplémentaire dont a disposé l'étudiant, l'étudiante pour se préparer.

L'étudiant, l'étudiante qui ne se présente pas à un examen différé a automatiquement 0 à cet examen.

La date de reprise d'un examen est non négociable et il ne peut y avoir de reprise d'un examen différé.

Proposition adoptée par l'Assemblée départementale de mathématiques lors de sa réunion tenue le 21 mai 2013.
Adoptée à l'unanimité

Michel Adès

. http://www.math.uqam.ca/distinction-prof.php

. www.math.uqam.ca/~michelades

. *Bureau* : PK-5225, *téléphone* (514) 987-3000, poste 1708.

. *Courriel* : ades.michel@uqam.ca

. ***Pour toute correspondance, mentionnez MAT8510 comme sujet de votre courriel.***

. ***T***emps moyen de réponse aux courriels, est **de deux jours ouvrables, *T ~ N (e, e).***

. *Disponibilité sur rendez-vous.*

. Le cours est dispensé le lundi de 9h30-12h30, et les travaux pratiques sont enseignés le vendredi de 9h30-11h30 par Guillaume Boivin-Dumais. Il est fortement recommandé de participer aux cours et aux travaux pratiques par une présence active, dynamique et continue.

. Il est fortement suggéré de ranger vos cellulaires, tablettes, etc. Ne naviguez pas sur internet durant les heures du cours. *Écoutez bien le cours.*

. *Je vous invite très fortement à discuter, dialoguer, échanger des idées et de me faire part régulièrement de vos commentaires, avec un esprit positif, dans le but de vous mener à un excellent succès.*

. Je vous recommande de vous mettre à jour dans vos études, assidûment et fréquemment.

****

*******Bonne session d'automne 2015 et excellent succès********