PLAN DE COURS
Automne 2008

MAT 8131
Géométrie différentielle

Professeur : Olivier Collin,
Tél. : 987-3000, poste 3398 ;
Bureau : PK-5340
Courriel : collin@math.uqam.ca

Heures de cours
Lundi : 13h30 15h00
Jeudi : 10h30 12h00

Evaluation

La note finale sera calculée comme suit :

1) 50% pour l'ensemble des 3 devoirs ;
2) 50% pour un travail de session donnant lieu un exposé d'une heure sur des sujets spéciaux reliés au cours, (les exposés ne seront pas donnés durant les heures allouées au cours).

Préliminaires

a) Quelques notions de topologie générale.
b) Quelques notions d'analyse dans $\mathbb{R}^n$.

1. Variétés différentiables

Définition des variétés topologiques et différentiables. Premiers exemples.

Applications de classe C^k entre variétés. Diverses définitions de l'espace tangent d'une variété. Dérivée d'une application. Trois familles importantes : immersions, submersions et plongements. Sous-variétés. Variantes des théorèmes de fonctions inverses et implicites. Théorème du rang.

Singularités d'une application. Image inverse d'une valeur régulière. Théorème de Sard et application au Théorème de plongement de Whitney.

Introduction aux groupes de Lie.

2. Champs de vecteurs sur une variété

Champs de vecteurs, groupes à un paramètre de transformations et action sur les variétés. Exemples.

Algèbre de Lie de champs de vecteurs. Distributions et Théorème de Frobenius.

3. Calcul différentiel et intégral sur les variétés

Fibrés tangents et cotangents. Formes différentielles et tenseurs. Dérivée extérieure et intégration de formes différentielles. Théorème de Stokes. Cohomologie des variétés et énoncé du Théorème de De Rham.

Dans la mesure où le temps le permettra, nous traiterons des éléments des deux chapîtres ci-dessous :

4. Connexions sur les fibrés vectoriels et principaux

Constructions topologiques. Connexions comme systèmes différentiels et dérivées covariantes. Relations avec les classes caractéristiques : Théorie de Chern-Weil.

5. Théorie des opérateurs différentiels elliptiques

Espaces de Sobolev et résultats techniques. Théorème de régularité. Opérateur de Laplace et formes harmoniques. Théorème de Hodge. Applications.

Références

[1] CHERN, CHEN and LAM *Lecture notes on Differential Geometry.* World Scientific, (1999).

[2] WARNER *Foundations of differentiable manifolds and Lie Groups.* Springer, (1996).

[3] SPIVAK *A Comprehensive introduction to Differential Geometry*, Vol I and II. Publish or Perish, (1979).

[4] SINGER and THORPE *Lecture notes on elementary Topology and Geometry.* Springer, (1976).

[5] PHAM MAU QUAN *Introduction à la géométrie des variétés différentiables.* Dunod, (1969)