Géométrie Algébrique et Algèbre Commutative
- MAT 8001 - PLAN DE COURS (HIVER 2010)

Professeur : Steven Lu

Bureau : PK-5325, Tel : 987-3000 x 1801
Courriel électronique : lu.steven@uqam.ca
Heures de consultation : lundi et mardi à 13h30

But : Faire une introduction à la géométrie algébrique avec des examples concrètes et des applications canoniques (comme le théorème de Bezout). On va introduire en même temps les outils fondamentaux : variétés, dimensions, singularités, faisceaux et cohomologie.

Pré-requis : Algèbre
Pré-requis suggeré : Topologie Algèbrique

Évaluation

1. Un **devoir** à remettre en mi-mars.
2. Un projet écrit et/ou un exposé d'une heure à la fin.

Contenu du cours

1. Rappel sur l'Algèbre Commutative
   - Extension des corps, clôture algébrique
   - Les anneaux (polynômiaux) et ses idéaux
   - Les anneaux euclideans, principaux, noéthériens, etc
2. Variétés algébriques affines
   - Topologie de Zariski, irréductibilité d'un ensemble algébrique affine
   - Correspondance avec les idéaux racines de polynômes
   - Nullstellensatz de Hilbert
   - Morphismes affines
3. Variétés projectives
   - L'espace projectif
   - Ensembles algébriques projectives et leur idéaux associés
   - Morphismes et applications rationelles
   - Eclatements
4. Faisceaux et variétés
   - Motivation et la notion de faisceau
   - le faisceau structural d'un ensemble algébrique affine

- Les variétés algébriques
- Anneaux locaux
- Faisceau de modules, faisceau (quasi)cohérent
- Exemples de morphismes entre variétés (quasi)projectives

5. Dimension et points singuliers
   - Définition et lien avec l'algèbre
   - Espaces tangents
   - Points singuliers
   - Anneaux locaux réguliers
   - Exemples
6. Le théorème de Bezout
   - Multiplicités d'intersection
   - Le théorème de Bezout
7. Une introduction rapide à la cohomologie des faisceux et quelques applications si le temps le permet (diviseurs, système linéaire, charactéristique d'Euler, Riemann-Roch, etc)

Le site du cours :
http ://www.math.uqam.ca :8200/

Référence Principale :

Notes de cours d'Olivier Debarre sur son site-web :
http ://www.dma.ens.fr/%7Edebarre/DEA99.pdf

Références Standardes dans la bibliothèque :

Algebraic Geometry, Robin Hartshorne

Basic Algebraic Geometry, I. R. Shafarevich

Algebraic Geometry I (Complex Projective Varieties), Mumford

An introduction to Algebraic Geometry, Kenji Ueno

Géométrie Algébrique (Une introduction), Daniel Perrin

Éléments de Géométrie Algébrique (EGA), Grothendieck et al.