Géométrie Algébrique et Algèbre Commutative
- MAT 8001 - PLAN DE COURS (HIVER 2018)

Professeur : Steven Lu

Bureau : PK-5325, Tel : 987-3000 x 1801
Courriel électronique : lu.steven@uqam.ca
Heures de consultation : mercredi et vendredi à 14h

But : Faire une introduction à la géométrie algébrique avec des examples concrètes et des applications canoniques (comme le théorème de Bezout). On va introduire en même temps les outils fondamentaux : variétés, dimensions, singularités, (faisceaux et cohomologie si le temps le permet).

Pré-requis : Algèbre
Pré-requis suggeré : Topologie

Évaluation

1. Des **devoirs** à remettre
2. Un exposé sur un projet à la fin

Contenu du cours

1. Rappel sur l'Algèbre Commutative
2. Variétés algébriques affines
   - Topologie de Zariski, irréductibilité d'un ensemble algébrique affine
   - Correspondance avec les idéaux racines de polynômes
   - Nullstellensatz de Hilbert
   - Morphismes affines
3. Variétés projectives
   - L'espace projectif
   - Ensembles algébriques projectives et leur idéaux associés
   - Morphismes et applications rationelles
   - Eclatements
4. Faisceaux et variétés
   - Motivation et la notion de faisceau
   - le faisceau structural d'un ensemble algébrique affine
   - Les variétés algébriques
   - Anneaux locaux
   - Faisceau de modules, faisceau (quasi)cohérent

— Exemples de morphismes entre variétés (quasi)projectives

5. Dimension et points singuliers
   — Définition et lien avec l'algèbre
   — Espaces tangents
   — Points singuliers
   — Anneaux locaux réguliers
6. Le théorème de Bezout
   — Multiplicités d'intersection
   — Le théorème de Bezout
7. Une introduction rapide à la cohomologie des faisceux et quelques applications si le temps le permet (diviseurs, système linéaire, charactéristique d'Euler, Riemann-Roch, etc)

Référence Principale :

Géométrie Algébrique (Une introduction), Daniel Perrin (QA564P47)

Références Standardes dans la bibliothèque et sur le web :

Algebraic Geometry, Robin Hartshorne

Basic Algebraic Geometry, I. R. Shafarevich

Algebraic Geometry I (Complex Projective Varieties), Mumford

An introduction to Algebraic Geometry, Kenji Ueno

Éléments de Géométrie Algébrique (EGA), Grothendieck et al.

Notes de cours d'Olivier Debarre sur son site-web :
http ://www.dma.ens.fr/~debarre/DEA99.pdf

Intro. à la théorie de Schéma, Antoine Ducros
https ://webusers.imj-prg.fr/~antoine.ducros/polym2.pdf

Introduction to Algebraic Geometry, notes de cours de Jan Stevens :
http ://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/GU/MMA320/S14/alggeom1.pdf

Références sur Algèbre Commutative : Livre de Lang (QA184 L34414.2004), de Atiyah-McDonald (QA251A8) et de Daniel Schaub :
http ://www.math.univ-angers.fr/ schaub/maitrise4.pdf