Algèbre, Mat 7600
Syllabus et évaluation

François Bergeron

Automne 2011

Ce cours s'articule de façon dialectique autour de deux points de vue. D'une part, on envisagera de façon synthétique les constructions de l'algèbre, en adoptant une approche fondée sur la théorie des catégories. D'autre part, on développera la théorie des anneaux et des modules en la motivant par des problématiques de la théorie des nombres, de la géométrie algébrique, de la théorie de la représentation des groupes, etc. Si le temps le permet, on abordera aussi la théorie des corps en relation avec la théorie de Galois.

Sujets abordés

La liste suivante énumère les sujets qui seront abordés. Cependant l'ordre suivit alternera entre le point de vue synthétique et l'élaboration à partir de problématiques explicites.

1. Théorie des catégories
   (a) Définitions de catégories et de foncteurs.
   (b) Objets particuliers : initial, terminal.
   (c) Flèches particulières : mono, épi, iso, section, retraction.
   (d) Produit, égalisateurs et hom.
   (e) Dualité, coproduits, et coégalisateurs.
   (f) Transformation naturelles.
   (g) Limites et colimites.
   (h) Foncteurs adjoints.
2. Théorie des anneaux
   (a) Définition et exemples.
   (b) Anneaux de polynômes.
   (c) Homomorphismes, idéaux et quotients.
   (d) Anneaux euclidiens et principaux.

3. Théorie des modules
   (a) Définition et exemples.
   (b) Homomorphismes et quotients.
   (c) Algèbres tensorielles, symétriques et extérieures.
   (d) Modules sur des anneaux principaux.
4. Théorie des corps
   (a) Définition et exemples.
   (b) Extensions algébriques.
   (c) Résolution par radicaux.
   (d) Aperçu de la théorie de Galois.

Références

- D.S. Dummit et R.M. Foote, *Abstract Algebra*, Prentice Hall, 1999.
- B.L. van der Waerden, *Algebra*, Frederick Ungar Publishing, 1970.
- S. Maclane et G. Birkhoff, *Algèbre*, Gauthier-Villars, 1971.
- S. Awodey, *Category Theory*, Oxford University Press, Second Edition, 2010.
- S. Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*, Graduate Texts in Mathematics 5 (2nd ed.). Springer-Verlag. 1998.

Sur le web

- S. Awodey, *Category Theory*, version prélimianire :
  http ://teaguesterling.com/category-theory.pdf

Evaluation

L'évaluation consiste à simuler la préparation d'une conférence pour un congrès international, portant sur un sujet relié à la thématique du cours. Chaque étudiant devra choisir un sujet et soumettre celui-ci sous la forme d'un « abstract » d'au plus 10 pages. Il devra ensuite préparer sa présentation à partir des commentaires de « l'arbitre ». Le professeur agira à titre de conseillé pour la préparation de ces divers éléments. En fin de session, chaque étudiant devra présenter sa contribution au groupe, en au plus 1 heure.