MAT7431 – Géométrie et combinatoire (et algèbre)
Plan de Cours

PROFESSEUR :

FRANCO SALIOLA
Bureau : PK-4235
Courriel : saliola.franco@uqam.ca
Page web : http://lacim.uqam.ca/~saliola
Heures de consultation : en prenant un rendez-vous par courriel.

HORAIRES DE COURS :

mardi et jeudi, 15h30 à 17h00, PK-4323

CONTENU DU COURS :

En gros : Développer les éléments de la théorie des ensembles ordonnés (« posets ») ; et explorer leur rôle dans des interactions entre la géométrie, la combinatoire et l'algèbre.

Ensembles (partiellement) ordonnés « posets » :

- définition et exemples d'ensembles ordonnés ;
- (iso)morphismes d'ensembles ordonnés ;
- éléments particuliers :

  éléments (in)comparables ; éléments maximaux/minimaux ; plus grand/petit élément ; bornes supérieures/inférieures ; (co)atomes
- sous-ensembles particuliers :

  intervalles ; (multi)chaînes ; antichaînes ; idéauxet filtres ;
- opérations sur les ensembles ordonnés :

  somme directe et somme ordinale ; produit direct et produit ordinal ; dualité
- ensembles ordonnés particuliers :

  ensembles ordonnés gradués ; demi-treillis ; treillis (distributifs, modulaires, semi-modulaires, géométriques, complementés, complets, ...) ; ...
- algèbre d'incidence d'un ensemble ordonné :

  la fonction de zeta ; lien entre la fonction zeta et le nombre de (multi)chaînes ; la fonction de Möbius et la formule d'inversion de Möbius
- actions de groupe :

  action d'un groupe sur un ensemble ordonné ; ensemble ordonné d'orbites d'une action

Arrangements d'hyperplans :

notions de base ; trellis d'intersection ; polynôme caractéristique ; regions et faces ; méthode de corps finis ;

Propriétés de Sperner :

propriété de Sperner ; théorème de Dilworth ; théorème de Greene

Aspects combinatoires de la topologie algébrique (« poset topology ») :

liens entre ensembles ordonnés et complexes simpliciaux ; (co)homologie d'ensembles ordonnés

Polytopes et la théorie de Ehrhart :

Définitions et exemples de polytopes ; notions de base (faces, facettes, etc.) ; introduction à la théorie de Ehrhart

RÉFÉRENCES :

Il n'y a pas de livre obligatoire pour le cours ; le cours sera élaboré à partir de divers références.

Références disponible à la bibliothèque :

[EC1] Richard P Stanley, *Enumerative Combinatorics, Volume 1 (Second Edition)*, Cambridge University Press, 2011.

[CA] François Bergeron, *Introduction à la combinatoire algébrique (notes de cours)*, 2015.

[AC] Richard P Stanley, *Algebraic Combinatorics : Walks, Trees, Tableaux, and More*, Springer, 2013.

[HA] Richard P Stanley, *An introduction to hyperplane arrangements*, dans le livre *Geometric combinatorics*, IAS/Park City Mathematics Series, vol. 13, American Mathematical Society, Providence, RI, 2007

[PT] Michelle Wachs, *Poset topology : tools and applications*, dans le livre *Geometric combinatorics*, IAS/Park City Mathematics Series, vol. 13, American Mathematical Society, Providence, RI, 2007

ÉVALUATION :

évaluation	date	pondération
4 devoirs	28 septembre	25%
	26 octobre	25%
	23 novembre	25%
	14 décembre	25%

Remarques :

— Les devoirs doivent être remis avant 17h à la date demandée.

RÈGLES ET CRITÈRES D'ÉVALUATIONS :

Par le biais de vos devoirs et vos examens, vous êtes en train de me convaincre que vous avez maîtrisé la matière. Ne me laissez pas des doutes ! Il faut justifier toutes vos réponses clairement et proprement. Utiliser du texte pour communiquer au lecteur la structure et l'objectif de vos solutions.

SERA PRIS EN COMPTE DANS LES ÉVALUATIONS :

— l'exactitude du raisonnement amenant à la solution ;
— l'exactitude des calculs ;
— 20% sera attribuée à la qualité de la rédaction (qualité du français, clarté de la rédaction, bon usage du langage et des symboles mathématiques) ;
— respect du temps alloué.

PRÉSENCE AU COURS :

Les présences au cours ne sont pas comptabilisées. Cependant, toute absence à une évaluation en classe (test, examen, exercice) équivaut à un échec de cette évaluation, sauf en cas de force majeure. Dans un tel cas, et sans exception, vous aurez à fournir une pièce justificative et à vous entendre avec le professeur pour le rattrapage de l'évaluation manquée.

LA DERNIÈRE PAGE :

La dernière page du présent document est un document fourni par l'Université intitulés : «*Plagiat : Règlement no 18 sur les infractions de nature académique*».