UQÀM | Faculté des sciences

Département de mathématiques

Automne 2021

Maîtrise en enseignement, profil enseignement au secondaire, concentration mathématiques (1712)

MAT 7193 – Didactique de la géométrie

groupe 20

Horaire : mercredi, de 18:00 à 21:00
Local : PK-5115

Professeur : Stéphane Cyr

bureau : PK-5240 ; tél. : 987-3000, poste 4475#
Courriel : cyr.stephane@uqam.ca

PLAN DE COURS

Objectifs

Aider le futur enseignant à s'outiller pour enseigner la géométrie au secondaire, aussi bien en ce qui a trait aux approches, aux méthodes, à la diversité des activités possibles (incluant celles centrées sur l'utilisation des ressources technologiques comme les logiciels dits « de géométrie dynamique »), qu'en ce qui a trait aux stratégies envisageables pour surmonter ou minimiser les difficultés et obstacles rencontrés par les élèves, tels qu'identifiés par la recherche en didactique. Permettre à l'étudiant(e) d'amorcer sa réflexion sur le problème que pose l'enseignement de *la preuve* en mathématiques, dont les liens avec la géométrie sont fondamentaux.

Contenu

- La transition, de la géométrie du *botaniste-décorateur* à la géométrie du *mathématicien-théoricien*. Analyse des programmes du primaire et du secondaire. La géométrie, science empirique de la mesure ou construction hypothético-déductive abstraite ? À cet égard, quel(s) rôle(s) donner à la mesure ? Aux constructions à l'aide des outils (règle, équerre, compas, rapporteur, logiciels) ? Un paradigme intermédiaire, la géométrie du physicien. Le rôle des définitions, d'un répertoire construit de résultats et de figures-clés. Aperçu des niveaux *van Hiele*. Étude exemplaire de la notion d'angle et des quadrilatères.
- L'enseignement du raisonnement déductif en géométrie. La possibilité, en classe, d'une évolution progressive du degré de formalisme exigé. Argumentation et déduction. L'organisation logique du

raisonnement déductif et ses difficultés : structure ternaire du pas de déduction, enchaînements déductifs. Nécessité de construire une assise théorique, axiomes, théorèmes, définitions.

- La notion de *figure géométrique* par opposition au *dessin* : quelle différence ? Comment amener l'élève à comprendre cette différence ?
- Problèmes didactiques spécifiques à la géométrie dans l'espace. Le développement du *sens spatial* (matériel, manipulations, constructions…). Les formules d'aire et de volume.
- Éléments d'analyses didactique et conceptuelle de la trigonométrie. Trigonométrie du triangle, cercle trigonométrique, radians. Fonction d'enroulement, fonctions trigonométriques et trigonométriques inverses.

Modalités d'organisation

Alternance de cours plus magistraux (qui n'excluent cependant pas des discussions sur les sujets abordés) et de cours de type « atelier », où les étudiants sont amenés à « vivre » par eux-mêmes la problématique soulevée en classe pour constater qu'elle se pose effectivement[1]. Des éléments de réponses sont proposés par les étudiants ou par le professeur, pour être discutés ensuite. Sur des sujets précis, certaines simulations d'enseignement par des (semi)-volontaires seront faites devant le groupe, puis discutées.

À noter que le cours se déroulera en mode hybride : cours en présentiel et cours à distance sur zoom.

Entente d'évaluation suggérée

- Travail de session, par équipes de deux, sur 40% : préparation et présentation d'une leçon (et de la séquence d'enseignement dans laquelle elle s'insère) sur un sujet choisi parmi la liste donnée plus loin.
- Deux examens de comptant pour 30% chacun. (Cours 8 et cours 15).

  Les examens seront des examens maison. Les étudiants pourront réaliser les examens à distance avec toutes les ressources à leur disposition. Les examens seront d'une durée de 4 heures. L'étudiant pourra avoir accès à l'examen pendant une durée de de 16 heures (de 6am à minuit le jour de l'examen). L'examen sera composé d'une série de questions à développement.

  L'étudiant(e) doit cependant avoir la note minimale de 55% aux deux examens pour réussir le cours, indépendamment des autres volets.

Quelques références

Arsac, G., Chapiron, G., Colonna, A., Germain, G., Guichard, Y. & Mante, M. (1992). *Initiation au raisonnement déductif au collège.* Presses Universitaires de Lyon.

Berthelot, R. et Salin, M.-H. (1996). L'enseignement des angles aux élèves de 10 à 13 ans : identification d'un obstacle didactique*. Revue des sciences de l'éducation*, Vol. XXII, n°2, pp. 417-442.

[1] Attention ! De façon à garder les neurones des étudiant(e)s en alerte, l'activité en atelier pourra être plus exigeante du point de vue mathématique que ce qui serait effectivement proposé dans une classe du secondaire ; certains ateliers devront donc s'accompagner d'une réflexion des étudiant(e)s sur la transposition nécessaire pour le secondaire.

Burger, W. F. et Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele Levels of Development in Geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 17, n° 1, pp. 31-48.

Crowley, M. L. (1987). The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. In *Learning and Teaching Geometry, K-12* (Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)).

Duval, R. (1991). Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 22, n° 3, pp. 233-261.

Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concept. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 24, pp. 139-162.

Gaud, D. et Guichard, J.-P. 1984. Apprentissage de la démonstration (géométrie de 4ème). *Petit x*, n°4, pp. 5-25.

Geeraerts, L., Venant, F. et Tanguay, D. (2014). Subterranean Structures of Technological tools and Teaching Issues in Geometry. *Proceedings of EDULEARN 14 Conference*, pp. 257-264. Barcelone, Espagne.

Geeraerts, L. et Tanguay, D. (2012). Geogebra comme outil d'exploration, d'expérimentation et de représentation des démonstrations, pour construire une théorie avec les élèves. *Envol*. Première partie au n°160, pp. 25-31, deuxième partie au n°161, pp. 45-48.

Greenberg, M. J. (1993) (3e édition). *Euclidean and non-Euclidean Geometries, Development and History*. (Référence en géométrie). Freeman, New-York. Cote à la bibliothèque : QA445G85.

Hartshorne, R. (2000). *Geometry: Euclid and beyond*. (Référence en géométrie). Springer-Verlag, New-York, collection Undergraduate Texts in Mathematics. Cote à la bibliothèque : QA451.H37.

Janvier, C. (1994). *Le volume, mais où sont les formules ?* Modulo Éditeur. Ville Mont-Royal, Qc.

Laborde, C. et Capponi, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactiques des mathématiques*. Vol. 14, n°12, pp. 165-210.

Moise, E. E. (1990). *Elementary Geometry from an Advanced Standpoint.* (Référence en géométrie). Éditions Addison-Wesley, Reading, Mass. Cote à la bibliothèque : QA445.M58.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (1995). *Géométrie sous tous les angles*. Dans *Les mathématiques selon les normes du NCTM*. Trad. : Rachid El Keurti. Les Éditions de la Chenelière, Montréal.

Parzysz, B. (1991). Espace, géométrie et dessin. Une ingénierie didactique pour l'apprentissage, l'enseignement et l'utilisation de la perspective parallèle au lycée. *Recherches en didactiques des mathématiques*. Vol. 11, n°23, pp. 211-240.

Rouche, N. (1989). Prouver : amener à l'évidence ou contrôler des implications ? Dans La démonstration mathématique dans l'histoire, Colloque Inter-Irem *Épistémologie et histoire des mathématiques*, pp. 8-38. Besançon, France.

Tanguay, D. et Venant, F. (2016). The semiotic and conceptual genesis of angle. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ZDM), vol. 48, n°6.

Tanguay, D. et Geeraerts, L. (2014). Conjectures, postulats et vérifications expérimentales dans le paradigme du géomètre-physicien : comment intégrer le travail avec les LGD ? *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* (RELIME), vol. 17 (4-II), pp. 287-302.

Tanguay, D. et Geeraerts, L. (2012). D'une géométrie du perceptible à une géométrie déductive : à la recherche du paradigme manquant. *Petit x*, n°88, pp. 5-24.

Tanguay, D. (2010). Les formules de volume et le principe de Cavalieri. *Petit x,* n°84, pp. 7-26.

Tanguay, D. et Grenier, D. (2010). Experimentation and Proof in a Solid Geometry Teaching Situation. *For the Learning of Mathematics*, n°30 (3), pp. 36-42.

Tanguay, D. (2012). La notion d'angle au début du secondaire. *Envol.* Première partie dans le n°158, pp. 33-37. Deuxième partie dans le n°159, pp. 31-35.

Tanguay, D. (2010). L'aire et le volume de la sphère. *Envol,* n°154, pp. 19-23.
Tanguay, D. (2009). Le volume de la pyramide. *Envol,* n°149, pp. 9-19.
Tanguay, D. (2005). Apprentissage de la démonstration et graphes orientés. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol. 10, pp. 55-93.
Tanguay, D. (2002). Analyse des problèmes de géométrie et apprentissage de la preuve au secondaire. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, Vol. 2, n°3, pp. 371-396.
Tanguay, D. (2002). Démonstrations géométriques et vecteurs. Revue *Envol,* n°120, pp. 45-48.
Tanguay, D. (2002). L'enseignement des vecteurs. *Bulletin AMQ*, Vol. XLII, n°4, pp. 36-47.

RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de « tolérance zéro », la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.

Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables. Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le Règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante :

http://www.sciences.uqam.ca/decanat/reglements.php

Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.

Niveaux de maîtrise attendus au regard des compétences professionnelles

Compétence Niveaux de maitrise attendue	Niveau de développement attendu	Sommaire des modalités d'évaluation
Compétence 1 : Agir en tant que professionnelle ou professionnel cultivé, à la fois interprète, médiateur et critique d'éléments de culture dans l'exercice de ses fonctions		
Démontrer une compréhension approfondie des contenus du Programme de formation de l'école québécoise, notamment de ceux associés à la discipline d'enseignement (théories, notions, problèmes, méthodes, outils, pratiques, histoire, etc.), et de leur organisation intellectuelle afin d'en dégager les points de repère essentiels et les axes d'intelligibilité qui rendront possibles des apprentissages significatifs et approfondis chez les élèves	Largement maitrisée	Toutes les modalités
Donner du sens aux apprentissages des élèves en tissant des liens entre ceux effectués dans la classe, entre sa discipline et les autres disciplines enseignées de même qu'entre sa discipline et les œuvres, les récits, les productions du patrimoine culturel de l'humanité, les questions sociales, scientifiques, éthiques et politiques ou les situations de la vie courante.		
Susciter chez les élèves l'esprit critique, la mise à distance et la réflexivité à l'égard de l'environnement immédiat, de l'univers médiatique et numérique, des phénomènes sociaux, scientifiques, artistiques, éthiques et politiques ainsi que des productions culturelles du passé et du présent		
Aménager la classe en un espace de vie inclusif et stimulant qui met la culture en valeur.		
Amener les élèves à expliciter et à justifier leurs représentations, leurs goûts, leurs références et leurs pratiques en matière de culture.		
Encourager un dialogue ouvert et critique entre la culture des jeunes et la culture transmise à l'école		
Encourager un dialogue ouvert et critique entre la culture des jeunes et la culture transmise à l'école.		
Compétence 2 : **Communiquer de manière appropriée dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans l'ensemble des contextes liés à l'exercice de ses fonctions**		
Maîtriser les règles et les usages de la langue orale, écrite et illustrée dans l'ensemble de ses communications avec la communauté	Largement maitrisée	Au niveau de toutes les modalités d'évaluation, application de la politique départementale concernant le français
Démontrer la capacité de soutenir ses idées de manière cohérente, intelligible, critique et respectueuse dans ses communications, à l'oral comme à l'écrit		
Employer un registre de langue approprié dans ses interventions auprès des élèves, des parents et de ses pairs		
Compétence 3 : **Concevoir et planifier des activités et des situations d'enseignement et d'apprentissage en fonction des élèves, des contenus d'apprentissage et des intentions de formation.**		
- *Élaborer des séquences et des situations d'enseignement et d'apprentissage qui tiennent compte de la logique des contenus des programmes d'études, des connaissances préalables des élèves et de leurs préconceptions dans une perspective de planification des apprentissages à court, à moyen et à long terme.*	En partie maitrisée	Examen écrit à développement et travail de session

Compétence Niveaux de maitrise attendue	Niveau de développement attendu	Sommaire des modalités d'évaluation
- *Cerner, dans les programmes d'études, les concepts clés, les stratégies, les repères culturels et les connaissances autour desquels les situations d'enseignement et d'apprentissage seront organisées et les adapter à ses élèves.*		
- *Vérifier la cohérence entre les intentions pédagogiques, les situations d'enseignement et d'apprentissage et les modalités d'évaluation planifiées.*		
- *Prévoir des activités de préparation, d'intégration, de transfert et de réinvestissement des apprentissages en vue d'optimiser le développement des compétences.*		-
- *Prévoir le temps nécessaire à chaque étape de la situation d'enseignement et d'apprentissage.*		
Compétence 4 : Mettre en œuvre et superviser les situations d'enseignement et d'apprentissage en fonction des élèves et des intentions de formation.		
Présenter aux élèves l'intention pédagogique des situations d'enseignement et d'apprentissage, les compétences visées, les consignes à suivre, les attentes établies et le déroulement de ces situations tout en mettant en évidence leur pertinence au regard des apprentissages antérieurs et ultérieurs.	En partie maitrisée	Travail de session
- *Vérifier les préconceptions des élèves et réactiver les connaissances préalables aux situations d'enseignement et d'apprentissage.*		
- *Mettre en place diverses approches et stratégies ainsi que des tâches stimulantes et variées afin de susciter et de maintenir chez les élèves un engagement actif dans la tâche et de cultiver leur autonomie.*		
- *Ajuster les modalités de travail en fonction de la nature des compétences à développer, de la complexité de la tâche, du temps disponible et du niveau de réussite des élèves.*		
Compétence 5 : évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre.		
- *En situation d'apprentissage, prendre des informations afin de repérer les forces et les difficultés des élèves ainsi que de revoir et d'adapter l'enseignement en vue de favoriser la progression des apprentissages* - *Construire ou employer des outils permettant d'évaluer la progression et l'acquisition des compétences*	*En début d'appropriation*	- Devoir, examens écrit à développement et travail de session
Compétence 6 : Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves		
- *Mettre en place et maintenir des routines permettant un déroulement efficace des activités usuelles de la classe* - *Définir et mettre en place un système de fonctionnement efficace pour les activités usuelles de la classe* - *Anticiper des problèmes de déroulement des activités de la classe et planifier des mesures en vue de les prévenir*	En début d'appropriation	- Travail de session

Liste des sujets

1. Distance d'un point à une droite. La bissectrice, comme lieu des points équidistants des côtés de l'angle. Les bissectrices d'un triangle concourent au centre du cercle inscrit (en 2e cycle TS ou SN).
2. Les différents cas de résolution de triangles avec la loi des sinus et la loi des cosinus. Combien de solutions, quand et pourquoi.
3. Équation générale de la droite (y compris les droites verticales !) dans le plan cartésien. Explication sur ce que sont la pente et l'ordonnée à l'origine pour les droites non verticales. Droites sécantes et parallèles, en expliquant bien le lien entre ce qui se passe géométriquement et la résolution du système d'équations correspondant. Droites perpendiculaires et la relation entre les pentes. Demi-plan (ouvert ou fermé) donné comme ensemble des couples solutions d'une inégalité. Au 2e cycle du secondaire, en CST.
4. Écrire un quelconque vecteur de $\mathbb{R}^2$ comme combinaison linéaire de deux vecteurs linéairement indépendants dans $\mathbb{R}^2$, en faisant d'abord une construction géométrique à partir de laquelle on approxime la solution, puis en trouvant la solution exacte algébriquement. Convaincre que la construction est toujours possible, quand les deux vecteurs sont bien indépendants. Notion de *base* de $\mathbb{R}^2$.
5. Cercle trigonométrique et identité trigonométrique
6. Conique :
    - parabole
    - cercle, ellipse et hyperbole centrés à l'origine