PLAN DE COURS
Session d'hiver 2016 à l'UQAM

MAT 7113 Surface de Riemann

Professeur: Steven Lu
Bureau: PK-5325, Tel: 987-3000 x 1801
Courriel électronique : lu.steven@uqam.ca

Pré-requis : Un cours d'analyse complexe et notions de base de la géometrie et de la topologie (algébrique).

Contenu du cours
Après une révision rapide des points salients d'analyse complexe, on définit la notion d'une surface de Riemann comme une variété complexe de dimension un et introduit des exemples. On va discuter un peu le rôle de la topologie dans le monde des variéés et faire les liens entre les surfaces de Riemann compactes et les courbes algébriques dans l'espaces projectives complexes en faisant explicite un moyen de normalisation (désingularisation) en supposant le théorème de Riemann-Roch. Un survol des groupes d'automorphismes complexes des surfaces de Riemann, qui sont des groupes de Lie, nous amène au monde arithmétique et le théorème de Belyi, qui donne la classification des surfaces de Riemann définies sur des corps algébrique, ainsi que le théorème d'uniformisation. On va montrer le théorème de Riemann-Roch par le moyen classique de la théorie de Hodge et discuter les liens avec la théorie d'Abel-Jacobi. On va faire l'étude classique des fibrés vectoriels sur une courbe algébrique comme une généralisation de la théorie d'Abel-Jacobi et finir par le lien entre les fibrés (semi)stables, une condition algébrique, et les représentations du groupe fondamentales de la courbe (le précurseur des études modernes en géométrie et topologie initiées par Atiya-Bott et Donaldson) qui passe par la notion géométrique d'une connexion d'un fibré. Si le temps le permet, on va généraliser de plus au monde des fibrés-Higgs et voir une preuve du théorème d'uniformisation de courbes algébriques à la Carlos Simpson. On pourrait aussi entrer dans les modules des courbes algébriques ou les aspects liés aux courbes arithmétiques à la Arakelov.

- **Références Principales, en ligne:**

Introduction aux Surfaces de Riemann, Bergeron et Guilloux:
http://webusers.imj-prg.fr/~antonin.guilloux/SdM/SurfaceDeRiemann.pdf

Livre d'Analyse Complexe par Pierre Dolbeault

- **Référence Classique pour le cours:** (à la biliothèque)

[QA333F6713] **Lectures on Riemann surfaces par Otto Forster**
GTM Springer.

- **D'autres Références en ligne:**

Complex Analysis on Riemann Surfaces par Curt McMullen:
http://math.harvard.edu/~ctm/home/text/class/math213b/html/home/course/course.pdf

A concise course in complex analysis and Riemann surfaces, Wilhelm Schlag:
www.math.uchicago.edu/~schlag/bookweb.pdf

Courbes algbriques complexes planes, Joel Merker
http://www.math.u-psud.fr/~merker/Enseignement/Surfaces-de-Riemann/griffiths-SdR.pdf

Surfaces de Riemann Abstraites, Joel Merker
http://www.math.u-psud.fr/~merker/Enseignement/Surfaces-de-Riemann/surfaces-de-Riemann.pdf

Notes de cours de Demailly et Bonavero
http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~demailly/manuscripts/variable_complexe.pdf

- **Une des Références en ligne pour la fin du cours:**

The theory of Vector Bundles on Algebraic curves with some applications par S. Ramanan:
http://www.cimat.mx/Eventos/c vectorbundles/ramanan notes.pdf