**Mat 7000: Théorie des catégories (Automne 2019)**
**Professeur:** Olivier Collin, Bureau PK-5340, Courriel: collin.olivier@uqam.ca
**Horaire :** Lundi et Vendredi 9h00 – 10h30
**Heures de consultation:** Après le cours le lundi ou sur rendez-vous.

**Introduction :** Ce cours offert à la session Automne 2019 se veut une introduction à la fois rigoureuse et ouverte sur différentes branches des mathématiques où la théorie des catégories joue un rôle unificateur, en mettant l'emphase sur de nombreux exemples fondamentaux. Les seuls pré-requis sont ceux couverts par des cours de premier cycle en algèbre (espaces vectoriels, groupes, anneaux) et une certaine familiarité avec les espaces topologiques sera utile à l'occasion. Pour avoir rapidement une impression sur le sujet, on pourra consulter l'article *When is one thing equal to some other thing?* de Barry Mazur, ou encore l'ouvrage de Lawvere et Schanuel *Conceptual mathematics A first introduction to categories.*

**Plan de cours :**

**Chapitre I :** Catégories, foncteurs et transformations naturelles
- Motivation à travers des exemples issus de divers contextes mathématiques
- Définition des ingrédients de base en théorie des catégories
- Isomorphismes et équivalence de catégories
- Construction de nouvelles catégories
- Catégories abstraites et concrètes, catégories petites et localement petites
- Diagrammes dans une catégorie
- Les foncteurs Hom et $\otimes$
- La 2-catégorie des catégories

**Chapitre II:** Structures abstraites
- Morphismes mono, épi, injectifs, surjectifs, etc
- Objets initiaux et terminaux
- Sections, rétractions, produits
- Ensembles Hom
- Egalisateurs, co-égalisateurs, produits, coproduits
- Dualité

**Chapitre III:** Propriétés universelles, foncteurs représentables
- Catégories de foncteurs à valeur dans $\mathcal{E}ns$
- Foncteurs représentables
- Plongement et Lemme de Yoneda avec applications
- Propriétés et éléments universels

**Chapitre IV :** Limites et colimites
- Définitions élémentaires
- Limites et colimites comme cones universels
- Tirés-en-arrière et poussé-en-avant
- Fonctorialité versus limites et colimites

**Chapitre V :** Foncteurs adjoints
- Deux approches aux foncteurs adjoints
- Liens entre les notions d'adjoint, de représentable et de limite
- Applications diverses

Selon le temps disponible à la fin de la session, on conclura le cours avec une introduction aux catégories abéliennes et aux catégories dérivées.

**Ouvrages bibliographiques:** Il n'y a pas de manuel de référence obligatoire pour le cours, mais il y a une abondance de livres de qualité sur le sujet. Voici quelques suggestions:

Tom Leinster, *Basic category theory*, Cambridge University Press (2014)
Emily Riehl, *Category theory in context*, Dover (2014)
Steve Awodey, *Category theory*, Oxford University Press (2006)
Saunders Mac Lane, *Categories for the working mathematician*, Springer Verlag (1971)
Sergei Gelfand, Yuri Manin, *Methods of homological algebra*, Springer (2003)
Charles Weibel, *An introduction to homological algebra*, Cambridge University Press (1994)
Jean Dieudonné, *A history of algebraic and differential topology 1900–1960*, Birkhäuser (1989)

**Mat 7000: Théorie des catégories (Automne 2019)**
**Professeur:** Olivier Collin, Bureau PK-5340, Courriel: collin.olivier@uqam.ca
**Horaire :** Lundi et Vendredi 9h00 – 10h30
**Heures de consultation:** Après le cours le lundi ou sur rendez-vous.

**Introduction :** Ce cours offert à la session Automne 2019 se veut une introduction à la fois rigoureuse et ouverte sur différentes branches des mathématiques où la théorie des catégories joue un rôle unificateur, en mettant l'emphase sur de nombreux exemples fondamentaux. Les seuls pré-requis sont ceux couverts par des cours de premier cycle en algèbre (espaces vectoriels, groupes, anneaux) et une certaine familiarité avec les espaces topologiques sera utile à l'occasion. Pour avoir rapidement une impression sur le sujet, on pourra consulter l'article *When is one thing equal to some other thing?* de Barry Mazur, ou encore l'ouvrage de Lawvere et Schanuel *Conceptual mathematics A first introduction to categories.*

**Plan de cours :**

**Chapitre I :** Catégories, foncteurs et transformations naturelles
- Motivation à travers des exemples issus de divers contextes mathématiques
- Définition des ingrédients de base en théorie des catégories
- Isomorphismes et équivalence de catégories
- Construction de nouvelles catégories
- Catégories abstraites et concrètes, catégories petites et localement petites
- Diagrammes dans une catégorie
- Les foncteurs Hom et $\otimes$
- La 2-catégorie des catégories

**Chapitre II:** Structures abstraites
- Morphismes mono, épi, injectifs, surjectifs, etc
- Objets initiaux et terminaux
- Sections, rétractions, produits
- Ensembles Hom
- Egalisateurs, co-égalisateurs, produits, coproduits
- Dualité

**Chapitre III:** Propriétés universelles, foncteurs représentables
- Catégories de foncteurs à valeur dans $\mathcal{E}ns$
- Foncteurs représentables
- Plongement et Lemme de Yoneda avec applications
- Propriétés et éléments universels

**Chapitre IV :** Limites et colimites
- Définitions élémentaires
- Limites et colimites comme cones universels
- Tirés-en-arrière et poussé-en-avant
- Fonctorialité versus limites et colimites

**Chapitre V :** Foncteurs adjoints
- Deux approches aux foncteurs adjoints
- Liens entre les notions d'adjoint, de représentable et de limite
- Applications diverses

Selon le temps disponible à la fin de la session, on conclura le cours avec une introduction aux catégories abéliennes et aux catégories dérivées.

**Ouvrages bibliographiques:** Il n'y a pas de manuel de référence obligatoire pour le cours, mais il y a une abondance de livres de qualité sur le sujet. Voici quelques suggestions:

Tom Leinster, *Basic category theory*, Cambridge University Press (2014)
Emily Riehl, *Category theory in context*, Dover (2014)
Steve Awodey, *Category theory*, Oxford University Press (2006)
Saunders Mac Lane, *Categories for the working mathematician*, Springer Verlag (1971)
Sergei Gelfand, Yuri Manin, *Methods of homological algebra*, Springer (2003)
Charles Weibel, *An introduction to homological algebra*, Cambridge University Press (1994)
Jean Dieudonné, *A history of algebraic and differential topology 1900–1960*, Birkhäuser (1989)

**Mat 7000: Théorie des catégories (Automne 2019)**
**Professeur:** Olivier Collin, Bureau PK-5340, Courriel: collin.olivier@uqam.ca
**Horaire :** Lundi et Vendredi 9h00 – 10h30
**Heures de consultation:** Après le cours le lundi ou sur rendez-vous.

**Introduction :** Ce cours offert à la session Automne 2019 se veut une introduction à la fois rigoureuse et ouverte sur différentes branches des mathématiques où la théorie des catégories joue un rôle unificateur, en mettant l'emphase sur de nombreux exemples fondamentaux. Les seuls pré-requis sont ceux couverts par des cours de premier cycle en algèbre (espaces vectoriels, groupes, anneaux) et une certaine familiarité avec les espaces topologiques sera utile à l'occasion. Pour avoir rapidement une impression sur le sujet, on pourra consulter l'article *When is one thing equal to some other thing?* de Barry Mazur, ou encore l'ouvrage de Lawvere et Schanuel *Conceptual mathematics A first introduction to categories.*

**Plan de cours :**

**Chapitre I :** Catégories, foncteurs et transformations naturelles
- Motivation à travers des exemples issus de divers contextes mathématiques
- Définition des ingrédients de base en théorie des catégories
- Isomorphismes et équivalence de catégories
- Construction de nouvelles catégories
- Catégories abstraites et concrètes, catégories petites et localement petites
- Diagrammes dans une catégorie
- Les foncteurs Hom et $\otimes$
- La 2-catégorie des catégories

**Chapitre II:** Structures abstraites
- Morphismes mono, épi, injectifs, surjectifs, etc
- Objets initiaux et terminaux
- Sections, rétractions, produits
- Ensembles Hom
- Egalisateurs, co-égalisateurs, produits, coproduits
- Dualité

**Chapitre III:** Propriétés universelles, foncteurs représentables
- Catégories de foncteurs à valeur dans $\mathcal{E}ns$
- Foncteurs représentables
- Plongement et Lemme de Yoneda avec applications
- Propriétés et éléments universels

**Chapitre IV :** Limites et colimites
- Définitions élémentaires
- Limites et colimites comme cones universels
- Tirés-en-arrière et poussé-en-avant
- Fonctorialité versus limites et colimites

**Chapitre V :** Foncteurs adjoints
- Deux approches aux foncteurs adjoints
- Liens entre les notions d'adjoint, de représentable et de limite
- Applications diverses

Selon le temps disponible à la fin de la session, on conclura le cours avec une introduction aux catégories abéliennes et aux catégories dérivées.

**Ouvrages bibliographiques:** Il n'y a pas de manuel de référence obligatoire pour le cours, mais il y a une abondance de livres de qualité sur le sujet. Voici quelques suggestions:

Tom Leinster, *Basic category theory*, Cambridge University Press (2014)
Emily Riehl, *Category theory in context*, Dover (2014)
Steve Awodey, *Category theory*, Oxford University Press (2006)
Saunders Mac Lane, *Categories for the working mathematician*, Springer Verlag (1971)
Sergei Gelfand, Yuri Manin, *Methods of homological algebra*, Springer (2003)
Charles Weibel, *An introduction to homological algebra*, Cambridge University Press (1994)
Jean Dieudonné, *A history of algebraic and differential topology 1900–1960*, Birkhäuser (1989)