Mat 4010 : Analyse III
Professeur : Olivier Collin, Bureau : PK-5340, Courriel : collin.olivier@uqam.ca
Horaire : Mardi et Jeudi 11h-12h30
Heures de disponibilité : Après le cours ou sur rendez-vous.

Objectifs du cours : Le but de ce cours est de compléter la formation de base en Analyse pour les étudiants du Baccalauréat en développant trois aspects distincts mais intimement liés. On commencera par l'étude de l'Analyse linéaire dans les espaces de Banach, dont un des buts est de généraliser les résultats rencontrés en Algèbre linéaire au cas des espaces de dimension infinie. La seconde partie du cours porte sur l'étude du Calcul différentiel dans les espaces de Banach, ce qui offre entre autre un cadre général pour développer rigoureusement des notions abordées dans les cours de calcul de manière plus intuitive. Finalement, selon le temps disponible, on abordera quelques questions d'Analyse non-linéaire qui sont à la base de la théorie contemporaine des équations aux dérivées partielles.

Pré-requis : MAT2011 Analyse II. On supposera une certaine familiarité avec les notions d'espace métrique, de convergence ponctuelle et uniforme de suites de fonctions et d'Algèbre linéaire.

Plan de cours :

Chapitre I : Analyse linéaire dans les espaces de Banach

- I.1 Quelques notions sur les espaces métriques et topologiques.
- I.2 Espaces vectoriels normés et opérateurs linéaires bornés.
- I.3 Fonctionnelles linéaires et Théorème de Hahn-Banach.
- I.4 Théorème de catégorie de Baire et Théorème du graphe fermé.
- I.5 Fonctions continues sur espaces compacts, Théorème d'Arzelà-Ascoli et Théorème de Stone-Weierstrass.

Chapitre II : Calcul différentiel et intégral dans les espaces de Banach

- II.1 Dérivabilité, règle de chaîne, Théorème de la moyenne, dév. de Taylor.
- II.2 Théorèmes de l'application inverse et des fonctions implicites.
- II.3 Optimisation, points critiques, Lemme de Sard et Lemme de Morse.
- II.4 Fonctions harmoniques, équations d'onde et de la chaleur.
- II.5 Espaces $L^p(\mathbb{R}^n)$ et approximations.
- II.6 Introduction à l'Analyse non-linéaire.

Ouvrages de référence :

B. Bollobás, *Linear Analysis*, Cambridge Mathematical Textbooks (1999)

J. Dieudonné, *Foundations of Modern Analysis*, Academic Press (1960)

J. Jost, *Postmodern Analysis*, Universitext Springer (1998)

R. Narasimhan, *Analysis on real and complex manifolds*, North-Holland (1968)

Evaluation proposée :

(1) 2 devoirs (un par chapître) comptant pour un total de 30% de la note finale.

(2) 2 examens (un par chapître) comptant pour 70% de la note finale selon la formule Max : 40% et Min : 30