UQÀM | **Université du Québec à Montréal**

Mat 3505 : Séminaire de mathématiques
Introduction à la topologie différentielle

Professeur : Olivier Collin, Bureau : PK-5340, Courriel : collin.olivier@uqam.ca

Horaire et locaux : Lundi 13h30-15h salle PK-6265 et Mercredi 14h-15h30 salle PK-5333

Heures de disponibilité : Après le cours ou sur rendez-vous.

Objectifs du cours : Le but de ce cours est d'introduire les variétés lisses plongées dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^N$ ainsi que diverses notions utiles pour en étudier certaines de leurs propriétés topologiques. En particulier on cherchera à développer l'étude des applications lisses entre variétés au travers de concepts tels ceux de valeur régulière et critique, degré de Brouwer, transversalité et stabilité, homotopie et isotopie, champs de vecteurs et singularités, classification topologique des courbes et surfaces lisses par la théorie de Morse. Diverses applications à des résultats fondamentaux en mathématiques (Théorème du point fixe de Brouwer, Théorème fondamental de l'algèbre, Théorème de Poincaré-Hopf, etc) seront également données.

Pré-requis : Normalement avoir complété 54 crédits du Baccalauréat en mathématiques OU avoir fait le cours MAT2410 *Calcul des formes différentielles*. On supposera une certaine familiarité avec les notions usuelles de calcul différentiel en plusieurs variables et d'algèbre linéaire.

Plan de cours :

Partie I : Etude détaillée du livre J. Milnor, *Topology from the differentiable viewpoint*

Chapitre I : Variétés lisses et applications lisses (environ 6 cours)

- I.1 Contexte historique, rappels de calcul différentiel, notion de variété et exemples.
- I.2 Espace tangent à une variété et dérivées d'applications.
- I.3 Immersions, submersions, plongements, valeurs régulières et critiques.
- I.4 Théorèmes de Sard et de Brown.
- I.5 Applications : Théorème fondamental de l'algèbre et Théorème du point fixe de Brouwer.

Chapitre II : Degré modulo 2 et degré de Brouwer (environ 6 cours)

- II.1 Homotopies et isotopies.
- II.2 Notion de degré modulo 2 et intersection de sous-variétés.
- II.3 Notion d'orientation sur une variété.
- II.4 Nombre d'intersection, degré de Brouwer et invariance homotopique.

Case postale 8888, succursale centre-ville
Montréal (Québec) H3C 3P8
CANADA
514 987-3000
uqam.ca