MAT3505 Séminaire de Mathématiques
PLAN DE COURS, session d'automne 2020

Professeur: Steven Lu

Bureau: PK-5325, Tel: 987-3000 x 1801
Courriel électronique : lu.steven@uqam.ca
Heures de consultation: mardi et mercredi de midi à 13h15 par le zoom du cours.

But: Explorer la géométrie et la topologie en dimension 2 réel (dimension 1 complexe) commencant avec la théorie d'analyse complexe. Après une revision rapide de ce que vous devriez avoir appris à la base, on vise d'aller à la notion de surface de Riemann comme quotients de objects connus et des notions d'homologie et d'homotopie qui leur associent (e.g. la caractéristique d'Euler, le nombre de tours, la connexité simple et les groupes d'homologie et d'homotopie). Dans la dernier partie du cours, on va parler de la théorie de revétement, métriques Riemanniennes et conformales et les courbes elliptiques. Si le temps les permet: on peut entrer dans des détails des applications à la théorie de nombre et à la cryptographies.

Pré-requis : Les notions de base de l'algèbre linéaire et de l'analyse.
Pré-requis: Analyse I et II et Analyse complexe.

Évaluation

1. Deux **devoirs** 30% chacun et un **projet** 40%.

Contenu du cours

1. Rappel rapide sur les fonctions holomorphes et analytiques
2. Le grand théorème d'analyse complexe
    - Intégration le long des chemins et primitives
    - Théorème de Cauchy et de Moreva, Formule de Cauchy
    - Analyticité des fonctions holomorphes
    - Théorème de Liouville, théorème fondamental de l'algèbre
    - Théorème de prolongement de Riemann
    - Fonctions harmoniques, principe du module maximum
    - Nombre de tours, connexité simples homologique et homotopique

- Versions générales des théorème de Cauchy homologique et homotopique

3. Points singuliers et fonctions méromorphes
   - Fonctions holomorphes dans un anneau et séries de Laurent
   - Type de singularités, fonctions méromorphes
   - Principe de l'argument
   - Fonctions holomorphes à valeurs dans la sphère de Riemann
   - Théorème des résidus, Théorème de Rouché
   - Théorème de Casorati-Weierstrass et de Picard
4. Théorème de l'application conforme de Riemann, Revêtement, Uniformisation, Surfaces de Riemann, Courbes elliptiques ....

Références Principales:

- Ash et Novinger: Complex Variables
https://faculty.math.illinois.edu/r̃-ash/CV/CV4.pdf

- Michael Taylor: Introduction to Complex Analysis
www.unc.edu/math/Faculty/met/complex.pdf

Références Secondaires (à la bibliothèque):

[QA331L255.1985] ***Complex Analysis*** **par Serge Lang**.

[QA300R8214] **Analyse Réelle et Complexe par Walter Rudin**

[QA331.C38] **Variables Complexes par Henri Cartan**

[QA331.7.A455.2004] ***Analyse Complexe*** **par Amar et Matheron**

D'autres références en ligne:

- Notes de cours de Demailly et Bonavero
http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/ demailly/manuscripts/variable_complexe.pdf

- Notes de Gantumur: http://www.math.mcgill.ca/gantumur/math566f10/

- Notes de cours de Michèle Audin: Analyse Complexe
http://www-irma.u-strasbg.fr/˜maudin/analysecomp.pdf