Mat 3250 : Algèbre linéaire III
Professeur: Olivier Collin, Bureau PK-5340, Courriel: olivier.collin@uqam.ca
Horaire: Lun et Mer 11h00–12h30 salle PK-4323
Heures de disponibilité : Mercredi après-midi (me prévenir à l'avance) ou sur rendez-vous

Introduction: Ce cours se veut la conclusion de la formation de premier cycle en Algèbre linéaire. On y complètera l'étude de la théorie des espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$ ainsi que les transformations linéaires entre espaces vectoriels. Le cours se conclura par une introduction à la Théorie des modules, selon le temps disponible à la fin de la session.

Pré-requis:
On supposera les étudiants familiers avec les notions du cours *Algèbre Linéaire II* ainsi que certaines notions élémentaires de Théorie des groupes et des anneaux..

Plan de cours:

Chapitre I : Notions sur les espaces vectoriels
- Rappels des opérations élémentaires sur les espaces vectoriels : somme directe externe et interne, intersection, quotient, complexification.
- Notion de propriété universelle.
- Espaces vectoriels comme modules libres et isomorphisme sur $\mathbb{K}^n$.
- Suites exactes d'espaces vectoriels.
- Compléments sur la dualité dans les espaces vectoriels.
- Algèbres tensorielles et extérieures d'espaces vectoriels.

Chapitre II : Réduction des endomorphismes
- L'algèbre $End(V)$ et le groupe $GL_n(\mathbb{K})$.
- Anneaux et polynômes associés aux opérateurs linéaires. Théorème de Cayley-Hamilton, sous-espace caractéristiques, critère de diagonalisation, forme triangulaire, opérateurs nilpotents, forme normale de Jordan, décomposition de Dunford.

Chapitre III : Espaces euclidiens et hermitiens
- Formes quadratiques et leur classification, produits scalaires, espaces euclidiens et espaces normés, le groupe orthogonal $O(n)$.
- Espaces hermitiens, le groupe unitaire $U(n)$.
- Diagonalisation des opérateurs unitaires et hermitiens.
- Adjoint d'un opérateur, opérateurs auto-adjoints, propriétés spectrales.
- Décomposition polaire des opérateurs inversibles.
- Forme canonique des formes bilinéaires, applications aux classifications des hypersurfaces du second degré dans les espaces euclidiens.

Sujet complémentaire (selon le temps disponible): Introduction à la Théorie des modules.

Ouvrages bibliographiques: Il n'y a pas de manuel de référence obligatoire pour le cours. Le cours sera élaboré à partir de divers ouvrages bibliographiques, si bien que la prise de notes de cours en classe est importante.
Voici quelques liens à des notes de cours pour vous aider dans votre étude :

• Laurent Serlet (Clermont Ferrand) *Onze leçons d'algèbre linéaire* disponible à partir de sa page web : http://math.univ-bpclermont.fr/~serlet/archive.html
• Olivier Debarre (ENS) *Algèbre $2^{ème}$ année* disponible à partir de sa page web : http://www.math.ens.fr/~debarre
• Michel Rigo (Université de Liège) *Algèbre linéaire* disponible à partir de la page web suivante : http://www.discmath.ulg.ac.be/notes.html

Evaluation proposée:

(1) 3 devoirs comptant pour un total de 30% de la note finale.
(2) 2 examens comptant pour 70% selon la formule Max = 40% et Min = 30%.