UQÀM Faculté des sciences
Département de Mathématiques

Hiver 2022

Plan de cours

Titre du cours : Théorie des équations différentielles ordinaires

Sigle du cours : MAT3190-010

Horaire : Lundi de 13h30 à 15h00 Local PK – R210
Mardi de 9h00 à 10h30 local PK – R210

Nom de l'enseignant : Slimane Benelkourchi benelkourchi.slimane@uqam.ca
Tél : 514 987 3000 (poste 8458) Local : PK - 5120

DESCRIPTION DU COURS (SELON L'ANNUAIRE)

Objectifs

Faire une introduction mathématiquement rigoureuse à la théorie et aux applications des équations différentielles ordinaires et aux systèmes.

Sommaire du contenu

Rappels sur les systèmes linéaires à coefficients constants, systèmes linéaires et formes canoniques d'opérateurs.
Notions générales: système dynamique, champs de vecteurs, courbes intégrales, flots et diagrammes de phase.
Transformation d'un champ de vecteur par changement de variables : redressement d'un champ de vecteurs.
Résultats principaux de la théorie des EDO : théorème fondamental d'existence, continuité des solutions par rapport aux conditions initiales, solutions globales.
Stabilité autour d'un point d'équilibre.
Théorème de Poincaré-Bendixon.

Préalables académiques

MAT2190 - Calcul des équations différentielles ordinaires et partielles,
MAT1260 - Algèbre linéaire II.

OBJECTIFS DU COURS

Objectifs généraux (ou buts du cours)

« On raconte que Newton communiqua à Leibniz une anagramme à peu près comme ceci : aaaaabbbeeeeii, etc. Leibniz, naturellement, n'y compris rien du tout ; mais nous savons que cet anagramme veut dire, en le traduisant dans le langage moderne : « Je sais intégrer toutes les équations », et nous sommes amenés à nous dire que Newton avait bien de la chance ou qu'il se faisait de singulières illusions. » H. Poincaré, 1908, Science et méthode, Flammarion, Paris ; réédition 1920.

Les équations différentielles constituent un outil confirmé pour formuler dans un langage mathématique des phénomènes issus d'autres disciplines (comme la mécanique, l'astronomie, les sciences physiques, la chimie, la biologie, les sciences économiques etc.). Cependant la plupart des modèles conduisent à des équations différentielles dites non linéaires, généralement inaccessibles par les techniques algébriques. Face à l'impossibilité de résoudre explicitement la plupart des équations différentielles, les mathématiciens ont introduit d'autres modes de résolution : numérique, qualitatif... L'objectif essentiel de ce cours est de faire une introduction à la résolution des équations différentielles par des méthodes qualitatives.

De façon générale, le cours vise :

1. Donner de sens à une équation différentielle et aux solutions;
2. Introduire des techniques algébriques pour résoudre un système d'équations différentielles linéaires;
3. Appliquer les concepts et techniques de l'algèbre linéaire à l'analyse des problèmes de la physique ;
4. Définir des concepts pour étudier qualitativement une équation différentielle et déduire les propriétés et les comportements de ses solutions.

Objectifs spécifiques (ou compétences attendues)

De façon plus spécifique, à la fin du cours, l'étudiante ou l'étudiant sera capable de :

1. Définir et expliquer les concepts en jeu;
2. Résoudre des systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants;
3. Appliquer la méthode qualitative pour résoudre des équations différentielles;
4. Appliquer des règles et des techniques de calcul pour résoudre des exercices d'application;
5. Résoudre des problèmes simples, décrits dans des contextes bien spécifiques, nécessitant l'utilisation des équations différentielles.

CONTENU DU COURS

Chapitre 0 : Introduction

- Définitions et exemples des EDO - Solutions géométriques des EDO

Chapitre 1 : Théorèmes d'existence et d'unicité

- Lemme de Gronwall – Existence et unicité locale - Théorème de Cauchy-Lipschitz – Solutions maximales – Théorèmes des bouts (ou d'Explosion en temps fini) – Solutions globales

Chapitre 2 : Systèmes différentiels linéaires

- Systèmes linéaires à coefficients constants – Exponentielle d'une matrice – Matrices fondamentales et résolvante – EDO linéaire d'ordre *p>1* - Système différentiels linéaires à coefficients variables – Systèmes dynamiques périodiques et Théorie de Floquet

Chapitre 3 : Dépendance des solutions

- Flot et continuité – Flot d'équations autonomes – Portrait de phase – Dépendance C^1 par rapport aux données initiales – Dépendance par rapport aux paramètres

Chapitre 4 : Stabilité des solutions d'un système différentiel

- Stabilité des systèmes linéaires – Points d'équilibre d'un système dynamique - portrait de phase – Linéarisation et Théorème de Hartman-Grobman – points réguliers - Redressement d'un champ de vecteurs

Chapitre 5 : Invariance et fonctions de Lyapunov

- Systèmes conservatifs – Intégrales premières – Stabilité des systèmes conservatifs – Exemple du pendule simple – Équations de Lotka-Volterra – Fonctions de Lyaponov – Théorème de stabilité de Lyapunov – Construction des fonctions de Lyapunov

Chapitre 6 : Théorème de Poincaré-Bendixon

- Solutions périodiques - Cycles limites – Non existence des cycles limites – Théorème de Bendixon-Dulac – Théorème de Poincaré-Bendixon

MODALITÉS D'ÉVALUATION

Outils d'évaluation

Outil d'évaluation	Pondération	Échéance
Devoir 1	10 %	07 févier 2022
Devoir 2	10 %	11 avril 2022
Examen de mi-session	40 %	22 février 2022
Examen final	40 %	26 avril 2022

ÉCHELLE DES COTES

A+ [90.00 - 100]	**A [85.00 - 90.00)**	**A- [80.00 - 85.00)**	**Réussite**
B+ [76.00 - 80.00)	**B [73.00 - 76.00)**	**B- [70.00 - 73.00)**	**Réussite**
C+ [66.00 - 70.00)	**C [63.00 - 66.00)**	**C- [60.00 - 63.00)**	**Réussite**
D+ [55.00 - 60.00)	**D [50.00 - 55.00)**		**Réussite**
E [0 - 50.00)			**Échec**

BIBLIOGRAPHIE

1. S.Benzoni-Gavage. Calcul différentiel et équations différentielles. Éditions Dunod.
2. H. Cartan. Cours de Calcul Différentiel. Hermann, Paris, 1977.
3. Carmen Chicone. Ordinary Differential Equations with Applications. Springer Texts in Applied Mathematics, vol. 34, second edition; Springer, 2006.
4. J. Cronin. Differential Equations, Introduction and Qualitative Theory. Pure and Applied Mathematics, Second Edition, 1994.
5. J.P. Demailly. Analyse numérique et équations différentielles. Collection Grenoble sciences. EDP sciences, 2006.
6. P. Glendenning. Stability, Instability and Chaos: an Introduction to the Theory of Nonlinear Differential Equations, Cambridge University Press, 1994.
7. M. W. Hirsh, S. Smale, and R. L. Devaney. Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos, 3rd Ed., Elsevier/Academic Press, San Diego, CA, 2004.
8. J.H. Hubbard, B.H. West. Differential Equations: A Dynamical Systems Approach, Springer, 1995.
9. J.H. Hubbard, B.H. West. Equations différentielles et systèmes dynamiques. Enseignement des mathématiques. Cassini, 1999.C.-M. Marle. Systèmes Dynamiques - Une Introduction, Ellipses, Paris, 2003.
10. Clark Robinson. Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics, and Chaos. Second edition. Studies in Advanced Mathematics. CRC Press, 1999.
11. Thomas C. Sideris. Ordinary Differential Equations and Dynamical Systems. Atlantis Press, 2013.
12. C. Viterbo. Équations différentielles et systèmes dynamiques. École Polytechnique, 2009.
13. C. Zuily H. Queffélec. Analyse pour l'agrégation. Dunod, 2007.

RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, L'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique.
Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de «tolérance zéro», la Commission des études de 1'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.
Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQÀM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQÀM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables.
Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante : http://www.sciences.uqam.ca/etudiants/integrite-academique.html

Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.

ARTICLE 2 - INFRACTIONS DE NATURE ACADÉMIQUE

2.1 Infraction

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie, falsification de document ou création d'un faux document commis par une candidate, un candidat, une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen, d'un travail ou d'un stage faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constitue une infraction au sens de ce règlement.

2.2 Liste non limitative des infractions

Sans limiter la généralité de ce qui précède, constitue notamment une infraction le fait de poser ou tenter de poser l'un des actes suivants ou le fait d'y participer :

a) la substitution de personnes ou l'usurpation d'identité;
b) le plagiat : l'utilisation totale ou partielle du texte ou de la production d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence;
c) l'autoplagiat : le dépôt d'un travail pour fins d'évaluation alors que ce travail constitue essentiellement un travail qui a déjà été soumis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant;
d) la possession ou l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen;
e) la possession ou l'utilisation de tout document ou matériel non autorisé préalablement, pendant un examen ou lors de la réalisation de travaux, incluant le recours aux outils informatiques ou moyens technologiques;
f) l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen ou de tout autre matériel provenant d'une autre personne;
g) l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle;
h) l'obtention d'une évaluation non méritée notamment par corruption, chantage, intimidation ou toute forme de harcèlement ou la tentative d'obtenir une telle évaluation;
i) la falsification d'un document ou la création d'un faux document, notamment d'un document transmis à l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances;
j) la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

ARTICLE 3 - SANCTIONS

3.1 L'attribution de la mention « P »

L'étudiante, l'étudiant qui commet une infraction est mis en probation et peut se voir imposer une ou plusieurs sanctions. La mise en probation génère l'attribution de la mention « P » au dossier informatisé de l'étudiant, de l'étudiante. La mention « P » n'apparaît pas au relevé de notes de l'étudiante, l'étudiant mais figure en tout temps à son dossier.
Lorsque la sanction est la suspension, une mention à cet effet apparaîtra au relevé de notes pour la durée de la suspension. Dans le cas d'une expulsion définitive de l'Université, une mention à cet effet apparaîtra de manière permanente au relevé de notes.

3.2 La mise en probation et autres sanctions

a) la mise en probation;
La mise en probation constitue la reconnaissance que l'étudiante, l'étudiant a commis une infraction au présent règlement.

La mise en probation peut être imposée sans autre sanction, auquel cas, l'enseignant, l'enseignante se voit inviter à attribuer une notation à l'étudiante, l'étudiant pour le cours conformément au résultat obtenu pour les prestations complétées. La mise en probation sans autre sanction signifie que la mention « P » est inscrite au dossier de l'étudiante, l'étudiant et que celle, celui qui en est l'objet ne doit commettre aucune autre infraction au présent règlement, à défaut de quoi, l'une ou l'autre des sanctions suivantes lui sera imposée.

Outre la mise en probation, l'étudiante, l'étudiant peut se voir imposer une ou plusieurs des sanctions suivantes :

b) l'échec au cours ou à l'activité créditée;
c) l'obligation de réussir jusqu'à six crédits additionnels, hors programme, afin d'obtenir son grade, diplôme, certificat ou attestation; les cours doivent être identifiés;
d) la suspension de toute activité à l'Université, pour une période maximale de neuf trimestres consécutifs;
e) son expulsion définitive de l'Université.

PLAGIAT
Règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

- la substitution de personnes ;
- l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
- la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
- l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
- la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
- l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
- l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
- la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
- la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18

Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir : www.integrite.uqam.ca