UNIVERSITE DU QUEBEC A MONTREAL
Département de mathématiques

Automne 08
L. Bélair

PLAN DE COURS

MAT 3161 GROUPE 10 GRAPHES ET OPTIMISATION

Lundi et mercredi, de 13h30 à 15h, local PK-2205.
Séance d'exercices le lundi de 15h à 17h, local PK-2205.
Professeur: LUC BÉLAIR
BUREAU: PK-5330, tél.: 987-3000, poste 8234 ; belair.luc@uqam.ca
http://www.math.uqam.ca

Description du cours selon l'annuaire
Introduction aux concepts de la théorie des graphes, des algorithmes fondamentaux sur les graphes, et à leurs applications. Graphes simples, orientés, valués. Concepts de base : chaînes, cycles, connexité, stabilités, noyau, etc. Matrice d'adjacence, chemins ; applications aux chaîne de Markov. Arbres, propriétés, formule de Cayley. Problèmes d'optimisation sur les graphes, algorithmes : arbre de coût minimum, chemins maximaux ou minimaux. Réseaux, flots, circuits, séparateurs ; algorithmes de Ford-Fulkerson. Problèmes d'affectation, couplages maximaux. Graphes planaires, formule d'Euler, problème de coloration.
Préalable : MAT1203 Algèbre linéaire I.

Contenu du cours Qu'allons-nous faire durant ce cours?

Bien qu'ayant des origines remontant au dix-huitième siècle (voir page suivante), ce n'est qu'au vingtième siècle que la théorie des graphes s'est imposée comme discipline mathématique. Les graphes sont maintenant devenus un type de représentation mathématique fondamental et un outil de modélisation standard, notamment en informatique.
Le cours sera axé sur les notions de base de la théorie des graphes.

Objectifs généraux Que vise ce cours?

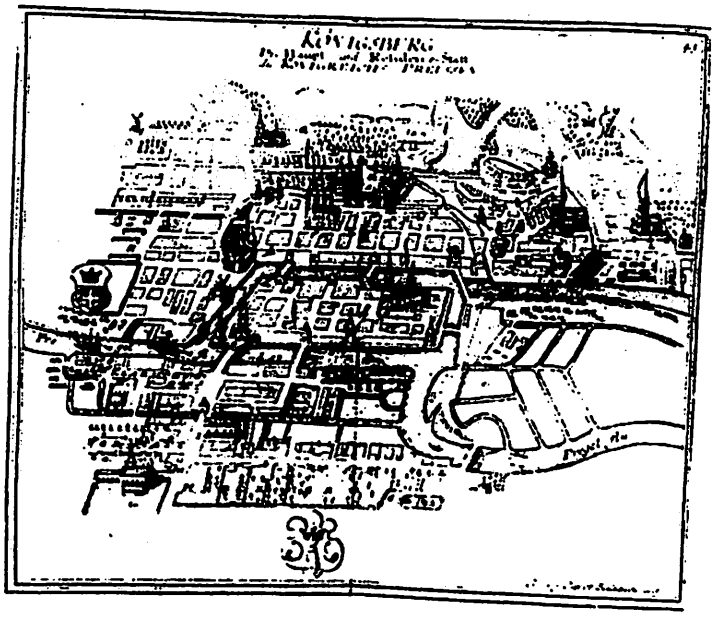
Vous faire maîtriser les notions de base de la théorie des graphes.
Vous faire développer l'expression claire, correcte et précise de vos idées mathématiques.

Types d'activités d'enseignement

- À chaque séance il y aura un exposé avec questions et discussion. Les sections appropriées du manuel seront indiquées pour la fois suivante. Cette lecture fait partie du cours.
- Chaque semaine une période d'exercices vous est réservée pendant laquelle un auxiliaire d'enseignement, M. Alexandre Scott, sera là pour répondre à vos questions, vérifier vos solutions et exposer les solutions d'exercices plus difficiles. Une liste d'exercices sera donnée une semaine à l'avance.
- Le cours aura un site internet dans le système Moodle **(http://www.moodle.uqam.ca/).** Le site contiendra les informations pertinentes sur le cours : les parties du manuel à lire, l'énoncé des devoirs et leurs solutions, la liste des exercices, d'autres documents au besoin.
- Chaque semaine, **le mercredi de 15h30 à 17h30 vous est réservé pour consultation à mon bureau.** En cas de difficulté d'horaire, n'hésitez pas à fixer un rendez-vous avec moi à un autre moment.

Début du mémoire d'Euler (en latin) sur le problème des ponts de Königsberg, dont on voit une gravure [illegible] d'époque.

Euler, 1707-1783.



SOLUTIO PROBLEMATIS AD GEOMETRIAM SITUS PERTINENTIS

Commentatio 53 indicis Enestroemiani
Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae 8 (1736), 1741, p. 128–140

1. Praeter illam geometriae partem, quae circa quantitates versatur et omni tempore summo studio est exculta, alterius partis etiamnum admodum ignotae primus mentionem fecit Leibnitzius[1]), quam *Geometriam situs* vocavit. Ista pars ab ipso in solo situ determinando situsque proprietatibus eruendis occupata esse statuitur; in quo negotio neque ad quantitates respiciendum neque calculo quantitatum utendum sit. Cuiusmodi autem problemata ad hanc situs geometriam pertineant et quali methodo in iis resolvendis uti oporteat, non satis est definitum. Quamobrem, cum nuper problematis cuiusdam mentio esset facta, quod quidem ad geometriam pertinere videbatur, at ita erat comparatum, ut neque determinationem quantitatum requireret neque solutionem calculi quantitatum ope admitteret, id ad geometriam situs referre haud dubitavi, praesertim quod in eius solutione solus situs in considerationem veniat, calculus vero nullius prorsus sit usus. Methodum ergo meam, quam ad huius generis problemata solvenda inveni, tanquam specimen Geometriae situs hic exponere constitui.

ÉCHÉANCIER

Semaine 1. (3 septembre) Introduction, définition de graphe simple, exemples.

Semaine 2. (8-10 septembre) Exemples, degré, lemme des poignées de mains. Isomorphismes, sous-graphe, graphe partiel, graphe connexe.

Semaine 3. (15-17 septembre) Graphes eulériens, graphes hamiltoniens, théorèmes de Ore, théorème de Dirac. Algorithme de Fleury, graphe biparti.

Semaine 4. (22-24 septembre) Graphe-arête, graphe complémentaire, distance, arbres, théorème de Cayley.

Semaine 5. (29 septembre – 1er octobre) Graphes orientés, lemme des coups de pieds, matrice d'adjacence. Chemins.

Semaine 6. (6-8 octobre) Algorithme de Moore, nombre chromatique, indice chromatique. Graphes valués, méthode de Maria Hasse.

Semaine 7. (13-15 octobre) Exemples. Algorithme de Dijkstra.

Semaine 8. (20-22 octobre) Graphe simple valué, algorithme de Kruskal, algorithme de Sollin-Callestagne, couplage, théorème de Hall. Réseaux. **EXAMEN 1.**

Semaine 9. (27-29 octobre) Flot, flot maximum, séparateur, algorithme de Ford-Fulkerson.

Semaine 10. (3-5 novembre) Courbe planaire, graphe planaire, composante connexe, formule d'Euler.

Semaine 11. (10-12 novembre) Polyèdres réguliers. Polyèdres platoniciens, coloriage, théorème des quatre couleurs, des six couleurs.

Semaine 12. (17-19 novembre) Théorème des cinq couleurs.

Semaine 13. (24-26 novembre) . Jeu sur un graphe, noyau et stratégie gagnante. Fonction de Grundy, noyau de Grundy.

Semaine 14. (1-3 décembre) Exemples.

Semaine 15. (8-10 décembre) Jeu de Withoff. Synthèse.

Semaine 16. (15 décembre) **EXAMEN FINAL.**

ÉVALUATION

Voici les travaux que vous aurez à faire.

(A) Description sommaire	Échéance	Pondération
- Devoirs hebdomadaires	chaque semaine	20%
- Examen de mi-session	lundi 20 octobre	35%
- Examen final	lundi 15 décembre	45%

(B) Description détaillée

Les devoirs
Chaque devoir porte sur la matière vue en cours de semaine. Il vise à faire intégrer les concepts et techniques de base. **Ils peuvent être fait en équipe de deux (maximum).**

Critères d'évaluation des devoirs
- Exactitude du raisonnement amenant à la solution ;
- Exactitude des calculs ;
- Jusqu'à 20% pourra être attribué à la rédaction: clarté, bon usage du langage mathématique, qualité du français (0,5% par faute).

Présentation matérielle des devoirs. Les devoirs doivent être faits sur des feuilles de **format 21,7cm x 28cm agrafées, sans couverture ni enveloppe d'aucun type**. Le code permanent de chaque étudiant-e doit apparaître sur la copie.

Remise des devoirs. Un solutionnaire de chaque devoir sera déposé dans le site internet du cours. Aucune copie ne pourra être acceptée une fois le solutionnaire dans internet.

Les examens

Les examens sont de type traditionnel. Aucune documentation permise. Seules les calculatrices non programmables avec les fonctions mathématiques de base sont permises. Chaque étudiant-e doit présenter sa carte de l'UQAM. Le cas échéant, tout examen différé a lieu aux dates fixées par le Département de mathématiques.

Examen de mi-session. L'examen de mi-session porte sur la matière vue depuis le début jusqu'à une semaine avant l'examen. Il a lieu durant la séance d'exercices. *Durée* : 2 heures.

Examen final. L'examen final porte sur toute la matière, mais surtout celle vue depuis l'examen de mi-session. *Durée* : 3 heures.

Critère d'évaluation des examens
- Exactitude de la solution comme telle.
- Exactitude du raisonnement amenant à la solution.
- Exactitude des calculs.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

MANUEL

J. Labelle, *Théorie des Graphes*, Modulo, 1981. (QA166L3)(*)

AUTRES

(Voir aussi la bibliographie du manuel de J. Labelle)

C. Berge, *Théorie des graphes et ses applications*, Dunod, 1967. (QA166B39.1967).

C. Berge, *Graphes*, Dunod, 1983. (QA166B38.1983).

D. König, *The theory of finite and infinite graphs*, Birkauser, 1990. (Traduction de l'édition originale de 1936 en allemand, qui fut le 1er traité consacré à la théorie des graphes) (QA166K613)

E. Lucas, *Récréations mathématiques, tome 1*, Albert Blanchard, 1960 (réimpression de l'édition de 1891). (Contient une traduction du mémoire d'Euler sur le problèmes des ponts de Königsberg) (QA95L8.1960.v1)

O. Ore, *Les graphes et leurs applications*, Dunod, 1970. (QA90O6414)

F. S. Roberts, *Graph theory and its applications to problems of society*, Society of Industrial and Applied Mathematics, 1978. (H61.25R63)

R. Wilson, An Eulerian trail through Königsberg, Journal of Graph Theory, volume 10, 1986, pp. 265-275. (Historique du problème des ponts de Königsberg et de ce qu'il a inspiré.) (Périodiques, QA166A1J68)

RENSEIGNEMENTS

Le livre de J. Labelle sera disponible à la COOP-UQAM (pavillon Président Kennedy, 201 av. du Président Kennedy, local PK-R205). Surveillez le local spécial de la rentrée.

Le manuel (*) de J. Labelle été mis en réserve à la Bibliothèque des sciences (pavillon Président Kennedy, niveau RC) et peut être consulté sur place.

Dans la bibliographie, les expressions entre parenthèses indiquent la cote des livres disponibles à la Bibliothèque des sciences.