Mat 3150 : Analyse III

Professeur : Olivier Collin, Bureau : PK-5340, Courriel : collin.olivier@uqam.ca

Horaire : Mardi 11h-12h30 et Mercredi 9h-10h30

Heures de disponibilité : Avant ou après les cours, ou sur *Zoom* le vendredi (avec RDV).

Objectifs du cours : Le but de ce cours est de compléter la formation de base en Analyse pour les étudiantes et étudiants du Baccalauréat. On y développe trois aspects distincts mais intimement liés de l'analyse moderne. On commencera par l'étude détaillée de la notion d'*espace métrique* en traitant notamment quelques questions de topologie pour ces espaces. Ensuite on jettera les bases de la théorie des *espaces de Banach*, en donnant une certaine importance aux espaces de fonctions. La dernière partie du cours portera sur l'étude du *calcul différentiel dans les espaces de Banach*, ce qui offre, entre autres, un cadre général pour développer rigoureusement des notions abordées de manière plus intuitive dans les cours de calcul.

Pré-requis : MAT2150 *Analyse II*. On supposera une certaine familiarité avec les notions de convergence ponctuelle et uniforme de suites de fonctions et les fondements de l'Algèbre linéaire.

Plan de cours :

Chapitre I : Théorie des espaces métriques

- I.1 Quelques exemples d'espaces métriques et topologiques, propriétés de base.
- I.2 Suites convergentes, de Cauchy et espaces métriques complets.
- I.3 Applications continues, continuité uniforme, Théorème du point fixe de Banach.
- I.4 Compacité dans les espaces métriques.
- I.5 Fonctions continues sur espaces compacts et Théorème d'Arzelà-Ascoli.

Chapitre II : Analyse linéaire dans les espaces de Banach

- I.1 Espaces vectoriels normés et de Banach, opérateurs linéaires bornés.
- I.2 Fonctionnelles linéaires et Théorème de Hahn-Banach.
- I.3 Théorème de catégorie de Baire et applications.

Chapitre III : Calcul différentiel dans les espaces de Banach

II.1 Dérivabilité, règle de chaîne, Inégalité de la moyenne.

II.3 Dérivées partielles et directionnelles, développement de Taylor, optimisation.

II.2 Théorèmes de l'application inverse et des fonctions implicites et leurs variantes.

Référence recommandée : Le cours sera articulé autour de divers textes, notamment certains chapitres du livre de Jean Saint Raymond, *Topologie, calcul différentiel et variable complexe* Le livre n'est pas obligatoire pour la compréhension du cours et une version antérieure (2005-2009), qui est assez incomplète, est néanmoins disponible gratuitement sur le site web de l'auteur :

https ://webusers.imj-prg.fr/~jean.saint-raymond/preprints/M360.pdf

Autres ouvrages de référence :

W. Sutherland, *Introduction to metric and topological spaces*, Oxford Univ. Press (1989)

B. Bollobás, *Linear analysis*, Cambridge Mathematical Textbooks (1999)

J. Jost, *Postmodern analysis*, Universitext Springer (1998)

J. Dieudonné, *Fondements de l'analyse moderne*, Gauthier-Villars (1965)

Evaluation proposée :

(1) 3 devoirs comptant pour un total de 30% de la note finale.

(2) 2 examens comptant pour 70% selon la formule Max = 40% et Min = 30%.