MAT 3150 : Analyse III

Professeur : Ronan Conlon, Bureau : PK-5540, Courriel : conlon.ronan@uqam.ca

Horaire : Mardi et Jeudi 13h30-15h00 salle SH-3760

Heures de disponibilité : Mardi et Jeudi 15h00-16h00 salle PK-5540 ou sur rendez-vous.

Objectifs du cours : Poursuivre l'étude de base de l'analyse ; les rapports entre l'analyse et la topologie, les suites et les séries de fonctions.

Pré-requis : MAT2150 *Analyse II*. On supposera une certaine familiarité avec les notions de convergence ponctuelle et uniforme de suites de fonctions et les fondements de l'Algèbre linéaire.

Programme : Espaces métriques : définitions et propriétés élémentaires ; notions topologiques ; suites et convergence ; complétude ; espaces de fonctions : suites de fonctions, convergence ponctuelle et uniforme ; théorème de Baire et applications ; approximations de fonctions, polynômes de Bernstein, théorème de Weierstrass ; continuité et continuité uniforme ; théorèmes de prolongement ; contractions et le théorème du point fixe d'une contraction ; applications ; compacité ; connexité et connexité par arcs ; théorème d'Arzelà-Ascoli.

Applications différentiables ; dérivation en chaîne ; inégalité de la moyenne ; matrice jacobienne ; conditions de dérivabilité ; théorème de l'application inverse et implicite et ses conséquences ; gradients, extrema de fonctions différentiables.

Ouvrages bibliographiques : Il n'y a pas de manuel de référence *obligatoire* pour le cours. Le cours sera élaboré à partir de divers ouvrages bibliographiques. La prise de notes de cours en classe est alors importante. Il y a une immense littérature sur le sujet. On pourra par exemple consulter les livres suivants :

(1) J. Dieudonné, *Fondement de l'analyse moderne*, Paris GV, Gauthier-Villars éd., Cahiers Scientifiques 1965 (QA 300 D5).

(2) J. Dieudonné, *Éléments d'analyse*, Paris GV, Gauthier-Villars éd., 1969 (QA 300 D4714).

(3) W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*, McGraw-Hill 1976 (QA 300 R8).

(4) R. Goldberg, *Methods of Real Analysis*, J. Eiley & Sons 1976 (QA 331.5 G58).

(5) L. Schwartz, Analyse mathématique, Vol. I, Ch. I et II, Hermann Paris 1967 (QA 300 S38).

(6) J. Saint Raymond, *Topologie, calcul différentiel et variable complexe*, Calvage & Mounet 2008 (QA611 S257 .2008) ; une version antérieure mais assez incomplète est disponible sur le site web de l'auteur :

`http://webusers.imj-prg.fr/~jean.saint-raymond/preprints/M360.pdf`

(7) J. Jost, *Postmodern analysis*, Universitext Springer (1998).

Évaluation : L'évaluation sera discutée au premier cours. La proposition initiale est d'avoir deux examens de deux heures et demi chacun : le premier aura lieu le 29 octobre et portera sur la matière de la première moitié de la session ; le second aura lieu le 17 décembre et portera sur la matière de la seconde moitié de la session. Les étudiant(e)s auront aussi à faire deux devoirs. La note finale sera calculée da la façon suivante : si I désigne le résultat sur 100 à l'examen de mi-session (Intra), si F désigne le résultat sur 100 à l'examen final et si $D1$ et $D2$ sont les résultats sur 100 de deux devoirs, alors

$$\text{Note finale} = \max\{0.5(I+F),\ 0.4(I+F) + 0.1\,D1 + 0.1\,D2\}.$$