UQÀM **Faculté des sciences**
Université du Québec à Montréal

Automne 2018

MAT 3135 Didactique de la géométrie

groupe 10

Cours de troisième année

Horaire : cours / exercices le lundi, de 13:30 à 15:00 au SH-3540 ;
cours / exercices le mercredi, de 13:30 à 17:00 au SH-3540 ;

Coordonnateur : Denis TANGUAY bureau : PK-5155 ; tél. : (514) 987-3000, poste 2612
tanguay.denis@uqam.ca

Chargé de cours : Loïc GEERAERTS bureau : PK-5120 ; geeraerts.loic@uqam.ca

PLAN DE COURS

Objectifs

Aider le futur enseignant à s'outiller pour enseigner la géométrie au secondaire, aussi bien en ce qui a trait aux approches, aux méthodes, à la diversité des activités possibles (incluant celles centrées sur l'utilisation des ressources technologiques), qu'en ce qui a trait aux stratégies envisageables pour surmonter ou minimiser les difficultés et obstacles rencontrés par les élèves, tels qu'identifiés par la recherche en didactique. Permettre à l'étudiant(e) d'amorcer sa réflexion sur le problème que pose l'enseignement de la preuve en mathématiques, en lien avec la géométrie.

Contenu (certains changements pouvant être apportés au cours de la session en fonction des questionnements et des demandes des étudiants)

- Les transitions, de la géométrie du *botaniste-décorateur* à la géométrie du *menuisier-architecte* à la géométrie du *mathématicien-théoricien*. La géométrie, science empirique de la mesure dans l'espace ou construction hypothético-déductive abstraite ? Quel(s) rôle(s) donner aux constructions à l'aide des outils (règle, équerre, compas, rapporteur) à cet égard ? Les stades de développement de la pensée géométrique selon les *van Hiele*. Survol du (nouveau) programme du primaire. Les programmes (ancien et nouveau) du secondaire seront plutôt examinés au fur et à mesure que les sujets seront abordés.
- Figures géométriques et définitions : quelles définitions adopter pour qu'elles servent de tremplin au raisonnement et ne fassent pas obstacle. Étude exemplaire des quadrilatères.

- La notion de *figure géométrique* par opposition au *dessin* : quelle différence ? Comment amener l'élève à comprendre cette différence ? Apports possibles du logiciel de géométrie dynamique *GeoGebra* : les constructions qui résistent aux déplacements ; points libres, semi-contraints ou contraints dans *GeoGebra*. *GeoGebra* comme outil d'exploration.
- Les isométries du plan : études didactique et mathématique.
- Problèmes didactiques spécifiques à la géométrie dans l'espace. Le développement du *sens spatial* (matériel, manipulations, constructions…). Les formules de volume : peut-on profiter de leur justification pour amorcer une approche euclidienne de la géométrie spatiale, mieux en phase avec le travail fait en géométrie plane ?
- L'enseignement du raisonnement déductif en géométrie. La possibilité, en classe, d'une évolution progressive du degré de formalisme exigé (axiomatisations locales). La géométrie des transformations dans cette perspective : comment éviter qu'elle passe d'une source de raisonnements au 1er cycle, à une source de conflits et obstacles au 2e cycle. Argumentation et déduction. L'organisation logique du raisonnement déductif et ses difficultés : structure ternaire du pas de déduction, déductions locales, enchaînements déductifs et graphes orientés.
- Éléments d'analyses didactique et conceptuelle de la trigonométrie. Trigonométrie du triangle, cercle trigonométrique, radians. Fonction d'enroulement, fonctions trigonométriques et trigonométriques inverses.
- Si le temps le permet, éléments de didactique des géométries analytique et vectorielle.

Modalités d'organisation

Alternance de parties de cours plus magistrales (qui n'excluent cependant pas des discussions sur les sujets abordés) et de parties de type « atelier », où les étudiants sont amenés à « vivre » par eux-mêmes la problématique soulevée en classe pour constater qu'elle se pose effectivement[1]. Des éléments de réponses sont proposés par les étudiants ou par le professeur, pour être discutés ensuite. Ces éléments de réponses sont aussi discutés ou même réinvestis lors des présentations en classe faites par groupes de quatre étudiants, sur un sujet géométrique donné à l'aide entre autre des NTIC.

[1] Attention ! De façon à garder les neurones des étudiant(e)s en alerte, l'activité en atelier pourra être plus exigeante du point de vue mathématique que ce qui serait effectivement proposé dans une classe du secondaire ; certains ateliers devront donc s'accompagner d'une réflexion des étudiant(e)s sur la transposition nécessaire pour le secondaire.

Entente d'évaluation suggérée

- Remise tout au long de la session (selon tirage au sort) d'une **fiche-définition** et d'une **fiche-règle** réalisée en quatuor : 5% + 5%
- **Réalisation individuelle d'un fichier GGB** permettant des rétroactions avec l'utilisateur : 10%
- Construction d'une évaluation de type **quiz** sur un sujet traité en cours la semaine avant (voir la liste en page 6) (en quatuor) : 10%
- **Passation individuelle des quiz** : 8% (8 x 1%)
- **Correction des quiz** et faire un **résumé** sur les erreurs les plus souvent faites (en quatuor) : 12%
- **Examen intra** individuel : 20%
- **Examen final** individuel : 30%

Pour réussir le cours, il est nécessaire que la moyenne des deux examens soit d'au moins 50%. Aucune négociation n'est possible concernant ce seuil.

- La note de passage pour la moyenne pondérée de toutes les évaluations est située à partir de 60%.

Tableau de correspondance lettres / notes

Note	Min inclus	Max exclu
A+	95	100 [1]
A	90	95
A-	86	90

Note	Min inclus	Max exclu
B+	81	86
B	77	81
B-	73	77

Note	Min inclus	Max exclu
C+	70	73
C	67	70
C-	64	67

Note	Min inclus	Max exclu
D+	62	64
D	60	62
E	0	60

Le Quiz

Ce questionnaire est une **évaluation s'adressant à d'autres enseignants** qui maitrisent déjà le contenu disciplinaire. Elle est donc constituée d'une « **partie élève** » et d'une « **partie enseignant** ». La « partie élève » est constituée de questions géométriques en lien avec les erreurs fréquemment faites par les élèves (ou les étudiants ou les enseignants), et la « partie enseignant » est constituée par les habiletés mobilisées dans chacune des questions de la « partie élève ».
De plus, les questions devront avoir un **type différent** (oui-non, qcu, qcm, association, réponse courte, réponse longue, etc.)

Liste des sujets

1. Choix des définitions et conséquences (Cercle inscrit, distance et bissectrice)
2. Découvrir un monde inconnu (Géométries non euclidiennes)
3. Sortir des limites d'un concept pour mieux le comprendre (Les non-isométries, des transformations qui sortent de l'ordinaire)
4. Démonstration et configuration (Théorème de l'angle inscrit et de l'angle au centre)
5. Attention au généralisation (aire et volume de la boule)
6. Évolution d'un concept (cercle trigonométrique et fonctions sinusoïdales)
7. Contrôler les passages à la limite (aire et volume des cônes)
8. Augmentation du domaine de validité et pseudo-convention (loi des sinus)
9. La réciproque pour quoi faire ? (Axes et centre de symétrie)
10. Compter des triangles (critères d'isométries des triangles)
11. Démonstrations comparées : avantages et inconvénients (euclidienne, vectorielle, transformations, cartésienne)
12. Forme canonique, paramètres et transformations géométriques
13. Utilisation de la physique en cours de mathématiques au secondaire

14. Tout autre sujet géométrique au choix, sous réserve de l'approbation du professeur.

Niveaux de maîtrise attendus en regard des compétences professionnelles

Compétence Niveaux de maîtrise attendus	Niveau de développement attendu	Sommaire des modalités d'évaluation [Voir plus loin pour les éléments d'évaluation]
Compétence 1 : Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.		
- *Comprendre les différents savoirs à enseigner (disciplinaires et curriculaires) de telle sorte qu'il puisse favoriser la création de liens significatifs chez l'élève;*	Consolidation	- Remise des fiches (10%). - Construction géométrique au tableau (0% formatif). - Création d'un Quiz (15%). - Passation des Quiz (7%). - Résumé des erreurs fréquemment faites (13%). - Deux examens (20% et 30%).
- *Manifester une compréhension critique des savoirs à enseigner de telle sorte qu'il puisse favoriser la création de liens significatifs chez l'élève*	Consolidation	
- *Construire des liens, dans les activités d'apprentissage proposées, avec la culture des élèves.*	Consolidation	
Compétence 2 : Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession d'enseignant et d'enseignante.		
- *Maîtriser les règles et les usages de la langue orale et écrite de manière à être compris par l'ensemble de la communauté francophone ou anglophone;*	Maîtrise	- Au niveau de toutes les modalités d'évaluation, application de la politique départementale concernant le français
- *Exprimer dans une langue correcte avec l'aisance, la précision, l'efficacité et l'exactitude qui conviennent à ce que la société attend d'une professionnelle ou d'un professionnel de l'enseignement*	Consolidation	- Évalués dans tous les éléments d'évaluation
Compétence 3 : Concevoir des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.		
- *Concevoir correctement des activités d'enseignement-apprentissage variées et d'un niveau de complexité raisonnable permettant la progression des élèves dans le développement de leurs compétences*	Consolidation	- Construction au tableau (0% évaluation formative). - Création d'un Quiz (15%)
- *Intégrer ces activités dans une planification à long terme.*	Consolidation	
Compétence 4 : Piloter des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.		
- *Guider, par des interventions appropriées, les élèves dans la réalisation de tâches d'apprentissage;*	Consolidation	- Dans certaines questions spécifiques de l'examen 1 ou/et 2 (20% et 30%) - Construction au tableau (0% évaluation formative) - TP (0% évaluation formative)
- *Animer les élèves dans l'accomplissement d'un travail coopératif;*	Consolidation	
- *Détecter les problèmes d'enseignement-apprentissage qui surviennent et d'utiliser les ressources appropriées pour y remédier.*	Consolidation	
Compétence 6 : Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.		
	sensibilisation	- Dans certaines questions spécifiques de l'examen 1 ou/et 2 (20% et 30%) pour les éléments « planifier » et « organiser ».
Compétence 7: adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés		

Compétence Niveaux de maîtrise attendus	Niveau de développement attendu	Sommaire des modalités d'évaluation [Voir plus loin pour les éléments d'évaluation]
d'apprentissage, d'adaptations ou un handicap		
- Échanger avec d'autres intervenants afin de prévoir un plan d'intervention adapté	sensibilisation	Pas explicitement évalués, mais peut se présenter dans les prestations et les examens.
- Adapter ses interventions aux difficultés particulières des élèves	sensibilisation	
Compétence 8 : Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement-apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel		
- *Manifester un esprit critique et nuancé par rapport aux avantages et aux limites véritables des TIC comme soutien à l'enseignement et à l'apprentissage*	Sensibilisation	… en ce qui a trait très spécifiquement aux logiciels dits « de géométrie dynamique », comme Cabri-géomètre ou GeoGebra. - Évalué dans certaines questions spécifiques de l'examen 1 et 2 (20% et 30%) - TP (0% évaluation formative) - Réalisation individuelle d'un fichier GGB avec rétroactions (5%)
- *Disposer d'une vue d'ensemble des possibilités que les TIC offrent sur les plans pédagoqique et didactique, notamment par l'intermédiaire des ressources d'internet, et de savoir les intégrer, de façon fonctionnelle, lorsqu'elles s'avèrent appropriées et pertinentes, dans la conception des activités d'enseignement-apprentissage*	Sensibilisation	
Compétence 11 : S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.		
	Sensibilisation	Pas explicitement évalué, mais transversalement travaillée à travers les échanges et discussions au sein des équipes lors de la préparation de la prestation et dans les discussions en grand groupe dans le cadre du cours.

RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de « tolérance zéro », la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.

Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables. Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le Règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante :

http://www.sciences.uqam.ca/decanat/reglements.php

Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.

PLAGIAT
Règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

- la substitution de personnes ;
- l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
- la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
- l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
- la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
- l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
- l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
- la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
- la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18

Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir : **www.integrite.uqam.ca**

Étudiant en situation de handicap

Les étudiants qui ont une lettre signée de leur conseillère ou conseiller de l'Accueil et de soutien aux étudiants en situation de handicap, dans laquelle il est fait état de leur inscription au ASESH à titre d'étudiant en situation de handicap sont invités à remettre ce document à leurs professeurs et chargés de cours dès le début de la session, afin que les aménagements dans le respect des exigences académiques soient déterminés de concert avec chacun des professeurs et chargés de cours. Les étudiants qui une déficience et qui ne seraient pas inscrits au ASESH sont priés de se présenter au AB-2300.

Étudiants ayant une déficience de type visuelle, auditive, motrice, trouble d'apprentissage, trouble envahissant du développement et trouble de santé mentale
Les étudiants qui ont une lettre *d'Attestation des mesures d'aménagements académiques* obtenue auprès d'un conseiller de **l'Accueil et soutien aux étudiants en situation de handicap (ASESH)** doivent rencontrer leur professeur au début de la session afin que des mesures d'aménagements en classe ou lors des évaluations puissent être mises en place. Ceux qui ont une déficience ou une incapacité mais qui n'ont pas cette lettre doivent contacter l'**ASESH** au 514-987-3148 ou se présenter au local AB-2300 le plus tôt possible.

HARCÈLEMENT ET AGRESSIONS SEXUELLES : à l'UQAM, c'est tolérance zéro!

Selon la Politique 16 de l'UQAM, «Le harcèlement sexuel se définit comme étant un comportement à connotation sexuelle unilatéral et non désiré et consiste en une pression indue exercée sur une personne, soit pour obtenir des faveurs sexuelles, soit pour ridiculiser ses caractéristiques sexuelles et qui a pour effet de compromettre son droit à des conditions de travail et d'études justes et raisonnables ou son droit à la dignité.»

La Politique 16 identifie les comportements suivants comme du harcèlement sexuel :

1. Manifestations persistantes ou abusives d'un intérêt sexuel non désirées.
2. Remarques, commentaires, allusions, plaisanteries ou insultes persistants à caractère sexuel portant atteinte à un environnement propice au travail ou à l'étude.
3. Avances verbales ou propositions insistantes à caractère sexuel non désirées.
4. Avances physiques, attouchements, frôlements, pincements, baisers non désirés.
5. Promesses de récompense ou menaces de représailles, implicites ou explicites, représailles liées à l'acceptation ou au refus d'une demande d'ordre sexuel.
6. Actes de voyeurisme ou d'exhibitionnisme.
7. Manifestations de violence physique à caractère sexuel ou imposition d'une intimité sexuelle non voulue.
8. Toute autre manifestation à caractère sexuel offensante ou non désirée.

De plus, plusieurs des comportements identifiés par la Politique 16 peuvent être classés soit comme harcèlement soit comme agression selon l'intentionnalité et le contexte. Dans tous les cas, le harcèlement et les agressions s'insèrent dans des rapports de force et de domination et portent atteinte à l'intégrité physique et psychologique ainsi qu'à la sécurité de la personne.

Si vous êtes victime ou témoin d'actes qui semblent correspondre à ces définitions, voici certaines ressources à votre disposition :

- Politique no 16 : http://www.instances.uqam.ca/reglements/titre.html
- Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement de l'UQAM : http://www.harcelement.uqam.ca/

Quelques références

Arsac, G., Chapiron, G., Colonna, A., Germain, G., Guichard, Y. & Mante, M. 1992. *Initiation au raisonnement déductif au collège.* Presses Universitaires de Lyon.

Berthelot, René et Salin, Marie-Hélène. 1996. *L'enseignement des angles aux élèves de 10 à 13 ans : identification d'un obstacle didactique*. Revue des sciences de l'éducation, Vol. XXII, n°2, pp. 417-442.

Crowley, Mary L. 1987. *The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought*. In *Learning and Teaching Geometry, K-12* (Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)).

Duval, Raymond. 1991. *Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration*. Educational Studies in Mathematics, Vol. 22, n° 3, pp. 233-261.

Fischbein, Efraim. 1993. *The Theory of Figural Concept.* Educational Studies in Mathematics, Vol. 24, pp. 139-162.

Gaud, Dominique et Guichard, Jean-P. 1984. *Apprentissage de la démonstration (géométrie de 4ème)*. Petit x, n°4, pp. 5-25.

Greenberg, Marvin J. 1993 (3e édition). *Euclidean and non-Euclidean Geometries, Development and History*. (Référence en géométrie). Freeman, New-York. Cote à la bibliothèque : QA445G85.

Hartshorne, Robin. 2000. *Geometry: Euclid and beyond*. (Référence en géométrie). Springer-Verlag, New-York, collection Undergraduate Texts in Mathematics. Cote à la bibliothèque : QA451.H37.

Janvier, Claude. 1994. *Le volume, mais où sont les formules ?* Modulo Éditeur. Ville Mont-Royal, Qc.

Laborde, Colette et Capponi, Bernard. 1994. *Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique*. Recherches en didactiques des mathématiques. Vol. 14, n°12, pp. 165-210.

Moise, Edwin E. 1990. *Elementary Geometry from an Advanced Standpoint.* (Référence en géométrie). Éditions Addison-Wesley, Reading, Mass. Cote à la bibliothèque : QA445.M58.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). 1995. *Géométrie sous tous les angles*. Dans *Les mathématiques selon les normes du NCTM*. Trad. : Rachid El Keurti. Les Éditions de la Chenelière, Montréal.

Parzysz, Bernard. 1991. *Espace, géométrie et dessin. Une ingénierie didactique pour l'apprentissage, l'enseignement et l'utilisation de la perspective parallèle au lycée*. Recherches en didactiques des mathématiques. Vol. 11, n°23, pp. 211-240.

Tanguay, Denis. 2005. *Apprentissage de la démonstration et graphes orientés.* Annales de didactique et de sciences cognitives (IREM de Strasbourg), Vol. 10, pp. 55-93.

Tanguay, Denis. 2002. *Analyse des problèmes de géométrie et apprentissage de la preuve au secondaire*. Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, Vol. 2, n°3, pp. 371-396.

Tanguay, Denis. 2002. *Démonstrations géométriques et vecteurs.* Revue *Envol,* n°120, pp. 45-48.

Tanguay, Denis. 2002. *L'enseignement des vecteurs.* Bulletin AMQ, Vol. XLII, n°4, pp. 36-47.