UQÀM **Faculté des sciences**
Université du Québec à Montréal

Automne 2013

MAT 3135 Didactique de la géométrie

groupe 30

Cours de troisième année

Horaire : mercredi, de 13:00 à 14:30 ; exercices le mercredi, de 14:30 à 16:30 au PK-2605
jeudi, de 15:30 à 17:00 au PK-3605

Coordonnateur : Denis TANGUAY bureau : PK-5830 ; tél. : (514) 987-3000, poste 2612
tanguay.denis@uqam.ca

Site web personnel à l'adresse
http://www.math.uqam.ca/~tanguay_d

Chargé de cours : Loïc GEERAERTS bureau : PK-5418 ; courriel : geeraerts.loic@uqam.ca

PLAN DE COURS

Objectifs

Aider le futur enseignant à s'outiller pour enseigner la géométrie au secondaire, aussi bien en ce qui a trait aux approches, aux méthodes, à la diversité des activités possibles (incluant celles centrées sur l'utilisation des ressources technologiques), qu'en ce qui a trait aux stratégies envisageables pour surmonter ou minimiser les difficultés et obstacles rencontrés par les élèves, tels qu'identifiés par la recherche en didactique. Permettre à l'étudiant(e) d'amorcer sa réflexion sur le problème que pose l'enseignement de la preuve en mathématiques, en lien avec la géométrie.

Contenu (certains changements pouvant être apportés au cours de la session en fonction des questionnements et des demandes des étudiants)

- Les transitions, de la géométrie du *botaniste-décorateur* à la géométrie du *menuisier-architecte* à la géométrie du *mathématicien-théoricien*. La géométrie, science empirique de la mesure dans l'espace ou construction hypothético-déductive abstraite ? Quel(s) rôle(s) donner aux constructions à l'aide des outils (règle, équerre, compas, rapporteur) à cet égard ? Les stades de développement de la pensée géométrique selon les *van Hiele*. Survol du (nouveau) programme du primaire. Les programmes (ancien et nouveau) du secondaire seront plutôt examinés au fur et à mesure que les sujets seront abordés.

- Figures géométriques et définitions : quelles définitions adopter pour qu'elles servent de tremplin au raisonnement et ne fassent pas obstacle. Étude exemplaire des quadrilatères.
- La notion de *figure géométrique* par opposition au *dessin* : quelle différence ? Comment amener l'élève à comprendre cette différence ? Apports possibles du logiciel de géométrie dynamique *GeoGebra* : les constructions qui résistent aux déplacements ; points libres, semi-contraints ou contraints dans *GeoGebra*. *GeoGebra* comme outil d'exploration.
- Les isométries du plan : études didactique et mathématique.
- Problèmes didactiques spécifiques à la géométrie dans l'espace. Le développement du *sens spatial* (matériel, manipulations, constructions…). Les formules de volume : peut-on profiter de leur justification pour amorcer une approche euclidienne de la géométrie spatiale, mieux en phase avec le travail fait en géométrie plane ?
- L'enseignement du raisonnement déductif en géométrie. La possibilité, en classe, d'une évolution progressive du degré de formalisme exigé (axiomatisations locales). La géométrie des transformations dans cette perspective : comment éviter qu'elle passe d'une source de raisonnements au 1er cycle, à une source de conflits et obstacles au 2e cycle. Argumentation et déduction. L'organisation logique du raisonnement déductif et ses difficultés : structure ternaire du pas de déduction, déductions locales, enchaînements déductifs et graphes orientés.
- Éléments d'analyses didactique et conceptuelle de la trigonométrie. Trigonométrie du triangle, cercle trigonométrique, radians. Fonction d'enroulement, fonctions trigonométriques et trigonométriques inverses.
- Si le temps le permet, éléments de didactique des géométries analytique et vectorielle.

Modalités d'organisation

Alternance de cours plus magistraux (qui n'excluent cependant pas des discussions sur les sujets abordés) et de cours de type « atelier », où les étudiants sont amenés à « vivre » par eux-mêmes la problématique soulevée en classe pour constater qu'elle se pose effectivement[1]. Des éléments de réponses sont proposés par les étudiants ou par le professeur, pour être discutés ensuite. Ces éléments de réponses sont aussi discutés ou même réinvestis lors des présentations en classe (courtes séquences d'enseignement) faites par groupes de trois ou quatre étudiants, sur un sujet géométrique donné à l'aide entre autre des NTIC.

[1] Attention ! De façon à garder les neurones des étudiant(e)s en alerte, l'activité en atelier pourra être plus exigeante du point de vue mathématique que ce qui serait effectivement proposé dans une classe du secondaire ; certains ateliers devront donc s'accompagner d'une réflexion des étudiant(e)s sur la transposition nécessaire pour le secondaire.

Entente d'évaluation suggérée

- Remise tout au long de la session (selon tirage au sort) d'une fiche-définition et d'une fiche-règle : 5% + 5%.
- Présentation en classe d'une construction géométrique simple à l'aide du TBI et des définitions et règles associées : 10%.
- Présentation en classe d'une séquence d'enseignement sur un sujet géométrique donné (voir la liste en page 5), avec la préparation écrite s'y rapportant (en quatuor) : 10%.
- Vous devrez remettre un rapport individuel à la fin de toutes les présentations tout au long de la session. La présence de tous est donc obligatoire pendant les prestations d'enseignement et certains points abordés lors des présentations peuvent être demandés dans les examens. Un résumé des rapports individuels sur une des présentations en classe à laquelle vous avez participé : 10%.
- Deux examens : 50% (en tout).
- Participation orale et écrite, respect des règles de vie (pas de réseau social, etc.) : 10%.

L'étudiant(e) doit avoir au moins 60% de moyenne dans les deux examens pour réussir le cours, indépendamment des deux autres volets.

- La note de passage pour la moyenne de tous les volets est elle aussi située au voisinage de 60%.

Niveaux de maîtrise attendus en regard des compétences professionnelles

Compétence Niveaux de maîtrise attendus	Niveau de développement attendu	Sommaire des modalités d'évaluation [Voir plus loin pour les éléments d'évaluation]
Compétence 1 : Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.		
- *Comprendre les différents savoirs à enseigner (disciplinaires et curriculaires) de telle sorte qu'il puisse favoriser la création de liens significatifs chez l'élève;*	Consolidation	- remise des fiches (10%) - construction géométrique au TBI (10%) - prestation d'enseignement (10%) - résumé des rapports sur une prestation (10%) - deux examens (20% et 30%) - Participation (10%)
- *Manifester une compréhension critique des savoirs à enseigner de telle sorte qu'il puisse favoriser la création de liens significatifs chez l'élève*	Consolidation	
- *Construire des liens, dans les activités d'apprentissage proposées, avec la culture des élèves.*	Consolidation	
- *Construire des liens, dans les activités d'apprentissage proposées, avec la culture des élèves.*	Consolidation	
Compétence 2 : Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession d'enseignant et d'enseignante.		
- *Maîtriser les règles et les usages de la*	Maîtrise	- Au niveau de toutes les modalités d'évaluation,

Compétence Niveaux de maîtrise attendus	Niveau de développement attendu	Sommaire des modalités d'évaluation [Voir plus loin pour les éléments d'évaluation]
langue orale et écrite de manière à être compris par l'ensemble de la communauté francophone ou anglophone;		application de la politique départementale concernant le français
- *Exprimer dans une langue correcte avec l'aisance, la précision, l'efficacité et l'exactitude qui conviennent à ce que la société attend d'une professionnelle ou d'un professionnel de l'enseignement*	Consolidation	- Évalués dans tous les éléments d'évaluation
Compétence 3 : **Concevoir des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation**.		
- *Concevoir correctement des activités d'enseignement-apprentissage variées et d'un niveau de complexité raisonnable permettant la progression des élèves dans le développement de leurs compétences*	Consolidation	- prestations d'enseignement (10%) - construction au TBI (10%)
- *Intégrer ces activités dans une planification à long terme.*	Consolidation	
Compétence 4 : **Piloter des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation**.		
- *Guider, par des interventions appropriées, les élèves dans la réalisation de tâches d'apprentissage;*	Consolidation	- prestations (10%) - construction au TBI (10%)
- *Animer les élèves dans l'accomplissement d'un travail coopératif;*	Consolidation	
- *Détecter les problèmes d'enseignement-apprentissage qui surviennent et d'utiliser les ressources appropriées pour y remédier.*	Consolidation	
Compétence 6 : Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.		
	sensibilisation	Dans le travail écrit se rapportant à la prestation d'enseignement (10%), pour les éléments « planifier » et « organiser ».
Compétence 7: adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptations ou un handicap		
- Échanger avec d'autres intervenants afin de prévoir un plan d'intervention adapté	sensibilisation	Pas explicitement évalués, mais peut se présenter dans les prestations et les examens.
- Adapter ses interventions aux difficultés particulières des élèves	sensibilisation	
Compétence 8 : Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement-apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel		
- *Manifester un esprit critique et nuancé par rapport aux avantages et aux limites véritables des TIC comme soutien à l'enseignement et à l'apprentissage*	Sensibilisation	… en ce qui a trait très spécifiquement aux logiciels dits « de géométrie dynamique », comme Cabri-géomètre ou GeoGebra. Évalué dans l'utilisation du TBI qui porte entre autre sur GeoGebra mais aussi dans certaines questions spécifiques de l'examen 1 (20%)
- *Disposer d'une vue d'ensemble des possibilités que les TIC offrent sur les plans pédagogique et didactique, notamment par l'intermédiaire des ressources d'internet, et de savoir les intégrer, de façon fonctionnelle,*	Sensibilisation	

Compétence Niveaux de maîtrise attendus	Niveau de développement attendu	Sommaire des modalités d'évaluation [Voir plus loin pour les éléments d'évaluation]
lorsqu'elles s'avèrent appropriées et pertinentes, dans la conception des activités d'enseignement-apprentissage		
Compétence 11 : S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.		
	Sensibilisation	Pas explicitement évalué, mais transversalement travaillée à travers les échanges et discussions au sein des équipes lors de la préparation de la prestation et dans les discussions en grand groupe dans le cadre du cours.

Quelques références

Arsac, G., Chapiron, G., Colonna, A., Germain, G., Guichard, Y. & Mante, M. 1992. *Initiation au raisonnement déductif au collège.* Presses Universitaires de Lyon.

Berthelot, René et Salin, Marie-Hélène. 1996. *L'enseignement des angles aux élèves de 10 à 13 ans : identification d'un obstacle didactique*. Revue des sciences de l'éducation, Vol. XXII, n°2, pp. 417-442.

Crowley, Mary L. 1987. *The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought*. In *Learning and Teaching Geometry, K-12* (Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)).

Duval, Raymond. 1991. *Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration*. Educational Studies in Mathematics, Vol. 22, n° 3, pp. 233-261.

Fischbein, Efraim. 1993. *The Theory of Figural Concept.* Educational Studies in Mathematics, Vol. 24, pp. 139-162.

Gaud, Dominique et Guichard, Jean-P. 1984. *Apprentissage de la démonstration (géométrie de 4ème).* Petit x, n°4, pp. 5-25.

Greenberg, Marvin J. 1993 (3e édition). *Euclidean and non-Euclidean Geometries, Development and History*. (Référence en géométrie). Freeman, New-York. Cote à la bibliothèque : QA445G85.

Hartshorne, Robin. 2000. *Geometry: Euclid and beyond*. (Référence en géométrie). Springer-Verlag, New-York, collection Undergraduate Texts in Mathematics. Cote à la bibliothèque : QA451.H37.

Janvier, Claude. 1994. *Le volume, mais où sont les formules ?* Modulo Éditeur. Ville Mont-Royal, Qc.

Laborde, Colette et Capponi, Bernard. 1994. *Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique*. Recherches en didactiques des mathématiques. Vol. 14, n°12, pp. 165-210.

Moise, Edwin E. 1990. *Elementary Geometry from an Advanced Standpoint.* (Référence en géométrie). Éditions Addison-Wesley, Reading, Mass. Cote à la bibliothèque : QA445.M58.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). 1995. *Géométrie sous tous les angles*. Dans *Les mathématiques selon les normes du NCTM*. Trad. : Rachid El Keurti. Les Éditions de la Chenelière, Montréal.

Parzysz, Bernard. 1991. *Espace, géométrie et dessin. Une ingénierie didactique pour l'apprentissage, l'enseignement et l'utilisation de la perspective parallèle au lycée*. Recherches en didactiques des mathématiques. Vol. 11, n°23, pp. 211-240.

Tanguay, Denis. 2005. *Apprentissage de la démonstration et graphes orientés.* Annales de didactique et de sciences cognitives (IREM de Strasbourg), Vol. 10, pp. 55-93.

Tanguay, Denis. 2002. *Analyse des problèmes de géométrie et apprentissage de la preuve au secondaire*. Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, Vol. 2, n°3, pp. 371-396.

Tanguay, Denis. 2002. *Démonstrations géométriques et vecteurs.* Revue *Envol*, n°120, pp. 45-48.

Tanguay, Denis. 2002. *L'enseignement des vecteurs.* Bulletin AMQ, Vol. XLII, n°4, pp. 36-47.

Les étudiant(e)s devront se procurer le *Recueil de textes* du cours MAT 3135, en vente à la Coop des sciences (environ 22 $ pour les membres). L'achat de la référence *Le volume, mais où sont les formules ?* (Claude JANVIER) est fortement recommandé. Ce livre est en vente à la Coop des sciences. D'autres documents (entre autres, les bilans d'activités) seront envoyés en cours de session par courriel en format PDF : à vous de lire régulièrement votre courriel UQAM.

Liste des sujets

1. Tracer une perpendiculaire à une droite donnée passant par un point de cette droite ou extérieur à cette droite ; tracer une parallèle à une droite donnée passant par un point extérieur : à la règle et à l'équerre ; à la règle et au compas ; ... en expliquant pourquoi ça marche, sur la base de résultats bien choisis, qu'on tient pour acquis. Application au tracé des hauteurs d'un triangle. En Secondaire 1.
2. Propriétés des parallélogrammes, losanges, rectangles, carrés ; notamment de leurs diagonales. En Secondaire 1.
3. Îlot déductif sur le cercle en 536 : mesure de l'angle inscrit et mesure de l'arc intercepté ; cas limite de l'angle inscrit dont un des côtés est tangent au cercle.
4. Distance d'un point à une droite. La bissectrice, comme lieu des points équidistant des côtés de l'angle. Les bissectrices d'un triangle concourent au centre du cercle inscrit (en 436 ou 536).
5. Géométrie des tangentes. Intersection d'une droite et d'un cercle : pourquoi pas plus de deux points ? Existe-t-il des droites qui n'intersecte le cercle qu'en un point ? La tangente, comme position limite de sécantes dont les points de séquence seraient de plus en plus rapprochés. Pourquoi la tangente est-elle nécessairement perpendiculaire au rayon issu du point de tangence. La réciproque. Puissance d'un point P par rapport à un cercle : quelles que soient les sécantes issues de P et coupant le cercle en A et B, le produit $\mathrm{m}\overline{PA}\cdot\mathrm{m}\overline{PB}$ est constant.
6. Aire et volume de la sphère.
7. Composition de deux réflexions. Quelle isométrie résulte de la composition d'une réflexion avec une translation selon une flèche qui n'est pas dans la direction de l'axe de réflexion ?
8. Lois des sinus et des cosinus en 436 (avec entre autres : que se passe-t-il si l'un des angles est obtus ?)
9. Les différents cas de résolution de triangles avec la loi des sinus et la loi des cosinus. Combien de solutions, quand et pourquoi.
10. Les médianes d'un triangle se rencontrent au centre de gravité, situé aux 2/3 de chacune d'elles, analytiquement (c'est-à-dire en coordonnées), en 436.
11. Formule (ou méthode) du point de partage : en 436 ou en 514.
12. Équation générale de la droite (y compris les droites verticales !) dans le plan cartésien, connaissant l'équation fonctionnelle (de la forme $y = m\,x + b$). Droites parallèles et perpendiculaires. Demi-plan (ouvert ou fermé) donné comme ensemble des couples solutions d'une inégalité.
13. Introduction au cercle trigonométrique. En quoi la trigonométrie du triangle est-elle un cas particulier de la trigonométrie du cercle. Introduction aux radians.
14. Écrire un vecteur de $\mathbb{R}^2$ comme combinaison linéaire de deux vecteurs linéairement indépendants dans $\mathbb{R}^2$. Notion de *base* de $\mathbb{R}^2$.
15. La fonction arcsinus (ou plutôt, devrait-on dire, *les différentes fonctions arcsinus*). Résolution d'un problème ou la calculatrice ne donnerait pas la bonne valeur de l'angle dont on connaît le sinus.
16. Le volume de la pyramide et du cône.
17. Tout autre sujet géométrique au choix, sous réserve de l'approbation du professeur.

Les prestations d'enseignement

Calculer environ sept minutes de présentation pour chacun des 4 coéquipiers. Nous discuterons ensuite tous ensemble en classe de la prestation et du sujet pendant quinze minutes environ. Quelques jours avant, l'équipe fait parvenir au reste de la classe une feuille qui décrit les préalables, ce que la classe a déjà vu et connait avant la leçon. De cette façon, on peut commencer directement et rapidement (après le rapide bonjour d'usage) avec la leçon.

Quel travail écrit s'y rapporte ?

1. Situez le sujet dans le programme (avec ce qu'il est nécessaire d'avoir vu avant).
2. Identifiez les principaux raisonnements, ceux sur lesquels la leçon va être bâtie, ceux sur lesquels vous voulez insister.
3. Relevez les éléments terminologiques importants. Donnez les définitions impliquées.
4. Si possible (ce n'est pas toujours facile en géométrie), prévoyez les principales difficultés, fausses conceptions (ou conceptions à faire évoluer), erreurs, auxquelles les élèves seront confrontés dans leur étude du sujet.
5. Donnez le détail de la leçon (ce que vous ferez en classe, avec notamment **le détail de ce que vous écrirez au tableau**), et les grandes lignes de ce qu'il y aurait avant et de ce qui viendrait après, en faisant ressortir comment vous avez pris en compte les points 2, 3 et 4. Ce détail de la leçon doit être sous sa forme améliorée, à la lumière des commentaires de vos collègues et du professeur sur votre prestation.
6. Ajoutez 1 à 4 pages, pour dire quels sont les principaux points que vous avez changés de la préparation avant prestation à la version améliorée présentée ici.
7. Donnez trois à cinq problèmes que vous laisseriez aux élèves à la fin de votre enseignement sur le sujet.

RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de « tolérance zéro », la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.

Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables. Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le Règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante :

http://www.sciences.uqam.ca/decanat/reglements.php

Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.