Université du Québec à Montréal — Département de Mathématiques

MAT-3071 . PROCESSUS STOCHASTIQUES

Session : Hiver 2009
Groupe : 010
Professeur : Fabrice Larribe
Bureau : PK-5515
Courriel : larribe.fabrice@uqam.ca
Page Web : http://www.labmath.uqam.ca/fabricelarribe/

[vendredi 9 janvier 2009]

1 Objectifs Généraux

Le cours MAT3071 vise à :

- ⊡ familiariser l'étudiant avec les processus stochastiques;
- ⊡ le rendre apte à modéliser un phénomène concret grâce à ceux-ci.

2 Description du répertoire de l'UQAM

Familiariser l'étudiant avec les principaux modèles mathématiques pertinents à l'étude des processus stochastiques. Processus stochastiques. Chaînes de Markov. Matrice de transition. Stationnarité. Promenades aléatoires. Processus de Poisson et de renouvellement. Processus de ramification: fonction génératrice et probabilité d'extinction. Théorème critique de la moyenne. Processus de Markov continus: mouvement brownien.

3 Thèmes

- ⊡ Chaînes de Markov (14 hrs)

  Matrice de transition - équations de Chapman-Kolmogorov - temps d'entrée - récurrence - périodicité - classification des états - probabilité et temps moyen d'absorption - analyse des premiers pas - stationnarité - théorèmes limites - chaînes de Markov réductibles

- ⊡ Promenades aléatoires et processus de ramification (6 hrs)

  Promenades aléatoire dans Z^k - promenade entre barrières réfléchissantes ou absorbantes - processus de ramification - probabilité d'extinction

- ⊡ Processus de Poisson (8 hrs)

Loi exponentielle - Minimum d'exponentielles - définitions du Processus de Poisson - temps d'attente - distribution des temps d'arrivés - généralisation des processus de Poisson: processus non homogène et processus composé - Processus de renouvellement

⊡ Chaînes de Markov à temps continu (8 hrs)

Probabilité de transition - générateur infinitésimal - équations de Chapman-Kolmogorov - probabilité limites - chaîne de naissance et de mort - explosion - chaîne sous-jacente - systèmes $M/M/n$

⊡ Mouvement brownien (3 hrs)

Processus de diffusion - dérive et variance - temps d'atteinte - interpolation et extrapolation - principe de réflection - loi du maximum et zéros

4 Objectifs Spécifiques

À la fin du cours, l'étudiant devra être en mesure :

Chaînes de Markov, promenades aléatoires, processus de ramification

1. de déterminer si un processus est une chaîne de Markov ;
2. d'écrire la matrice de transition d'une chaîne et d'utiliser celle-ci pour calculer la probabilité de certains événements ;
3. de calculer la loi d'un temps d'entrée ;
4. de classifier les états d'une chaîne ;
5. de calculer les probabilités d'absorption et les temps moyen d'absorption ;
6. d'identifier la mesure de probabilité stationnaire d'une chaîne si elle existe ;
7. d'appliquer les méthodes précédentes au cas des promenades aléatoires et des processus de ramification ;
8. de calculer la probabilité d'extinction d'un processus de ramification ;

Processus de Poisson, chaînes de Markov à temps continu

1. modéliser et calculer la probabilité de certains évènements dans des modèles exponentiels ;
2. de calculer la probabilité de certains évènements d'un processus de Poisson, qu'il soit homogène ou non ;
3. déterminer si un processus donné est un processus de naissance et de mort ;
4. d'écrire et d'utiliser les équations de Kolmogorov ;
5. d'exploiter le conditionnement dans l'étude des processus ;
6. de décrire la chaîne discrète sous-jacente à une chaîne continue et d'étudier les relations existant entre celles-ci;

7. de classifier les états d'une chaîne de naissance et de mort ;
8. de calculer les probabilités limites d'une chaîne de Markov ;

5 Horaires et salles:

- ⊡ Lundi, 11h00 à 12h30, salle SH-2420 .
- ⊡ Mercredi, 9h00 à 10h30, salle SH-2420 .
- ⊡ Mercredi, 10h30 à 12h30, salle SH-2420 [Séance d'exercice].

6 Évaluations: Deux examens de 50 %.

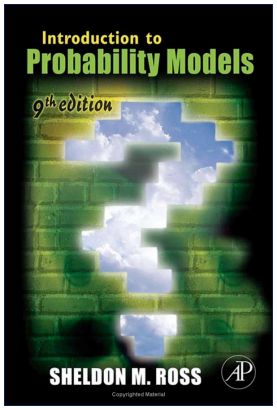
7 Manuel De Cours:

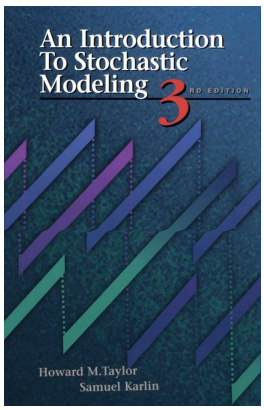
Des notes de cours sont disponibles par Moodle:

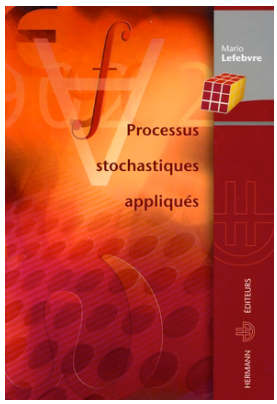
`http://www.moodle.uqam.ca/coursv1/`

vous pouvez les télécharger et les imprimer à votre convenance. Le cours est basé sur ces notes, et ces dernières sont à compléter pendant le cours. Ces notes sont construites à partir de deux manuels mentionnés ci-dessous, et de nombreuses références vers ces manuels sont présentes dans les notes. Il n'est pas nécessaire de se procurer un de ces manuels pour suivre le cours. Si vous désirez des compléments aux notes, vous pourrez cependant consulter ces manuels disponibles à la bibliothèque, ou les acheter à la librairie scientifique de la COOP UQAM.

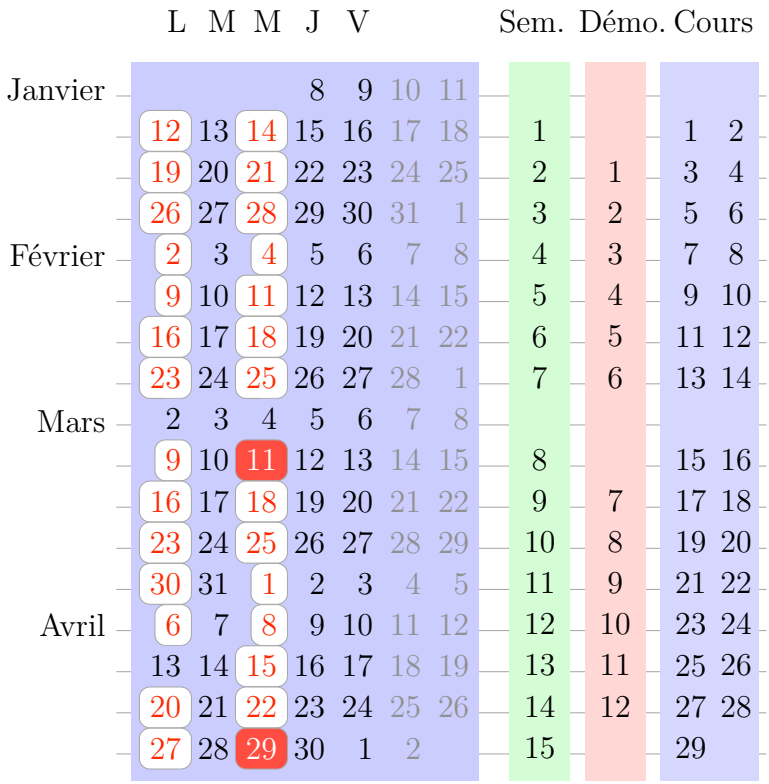
- ⊡ S. Ross, Introduction to probability models ($9^{\text{ème}}$ édition, Academic Press, 2007. ISBN: 978-0-12-598062-3, QA273.R84.2007)
- ⊡ H.M. Taylor et Samuel Karlin, An introduction to stochastic modeling ($3^{\text{ème}}$ édition, Academic Press, 1998. ISBN: 0-12-684887-4, QA274T39.1998)
- ⊡ Mario Lefebvre, Processus Stochastiques Appliqués (Presses Internationales Polytechniques, 2005. ISBN: 2-553-01155-5 ; 20059414448, QA274.L375.2005)







8 Calendrier



Dates importantes: ■ Examen Intra: mercredi 11 mars, de 9h30 à 12h30 ■ Examen final: mercredi 29 avril, de 9h30 à 12h30 ■ Semaine de lecture: lundi 2 mars au dimanche 8 mars.

9 Respect de l'intégrité académique

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de "tolérance zéro", la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.

Endossant cette philosophie de "tolérance zéro" relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son

admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables. Le Règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante :

`http://www.sciences.uqam.ca/decanat/reglements.php`

Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.