Mat 3010: Analyse Complexe

Professeur: Clément Hyvrier,
Bureau PK-5320, Courriel: hyvrier.clement@math.uqam.ca
Horaire: Mer 9h–10h30 et Je 9h–10h30; TP: Me 10h30–12h30

Introduction:
Ce cours se veut une introduction rigoureuse à l'étude des fonctions d'une variable complexe. Plutôt que d'être la suite du premier cours d'Analyse, on sera particulièrement intéressé aux différences avec l'Analyse réelle. En particulier, il se dégagera du cours que la théorie des fonctions d'une variable complexe est, en un certain sens, plus facile et plus élégante que la théorie développée dans le cas réel. Il sera utile de faire des rappels (suites, séries, topologie élémentaire, etc) en les plaçant dans le cadre du corps des nombres complexes. Ceci permettra de poser de bons fondements analytiques pour l'étude des fonctions d'une variable complexe.

Pré-requis:
Avoir suivi le cours MAT1110 Calcul I. Bien que le cours MAT1010 Analyse I ne soit pas un prérequis formel, l'étudiant ayant suivi un cours d'Analyse réelle aura probablement une meilleure appréciation des notions discutées dans ce cours d'introduction á l'Analyse complexe.

Plan de cours:

Chapitre 0: Rappels sur les nombres complexes

Chapitre I: Séries entières et fonctions analytiques
- Définitions élémentaires, séries de puissances.
- Principe des zéros isolés et prolongement analytique.
- Propriétés de dérivabilité et analycité.
- Quelques fonctions remarquables.

Chapitre II: Fonctions holomorphes
- Définitions, equations de Cauchy-Riemann et analycité des fonctions holomorphes.
- Théorème de Liouville, Théorème fondamental de l'Algèbre.
- Fonctions harmoniques, Principe du module maximum.

Chapitre III: Intégrales curvilignes, primitives
- Intégration le long des chemins.
- Homotopies de chemins et intégration des fonctions holomorphes.
- Problème de primitives des fonctions holomorphes, Théorème de Cauchy, groupe $H^1(\mathcal{U}, \mathbb{C})$.
- Indice d'un point, formulation homotopique du théorème de Cauchy, Théorème de Morera.
- Sujets spéciaux: Théorèmes de Weierstrass et de Montel.

Chapitre IV: Points singuliers et fonctions méromorphes
- Fonctions holomorphes dans un anneau et séries de Laurent.
- Type de singularités, fonctions méromorphes, Théorème de prolongement de Riemann.
- Fonctions holomorphes sur la sphère de Riemann.
- Théorème des résidus et applications aux calculs d'intégrales.
- Théorèmes de Casorati-Weierstrass et de Picard.

Chapitre V: Sujets spéciaux. Ce chapitre couvrira, si le temps le permet, des notions complémentaires qui seront choisies en temps et lieu.

Référence obligatoire:

M. Audin, *Analyse Complexe*, Notes de cours Licence de Mathématiques Université de Strasbourg.

D'autres ouvrages bibliographiques sont, entre autres,

1) H.Cartan, *Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes*, Hermann, 1961.
2) W.Rudin, *Real and Complex Analysis*, McGraw-Hill, 1987.

Evaluation proposée:
2 Devoirs comptant pour un total de 20%.
2 Examens Intra comptant pour un total de 40%.
1 Examen Final comptant pour 40%.