UQÀM | Faculté des sciences *Automne 2021*

# MAT 2700 – Structures numériques

Groupe 30 : mercredi, de 13h : 00 à 14h :30 ;
Jeudi, de 9h :00 à 10h :30 ;
Exercices le jeudi, de 11h : 00 à 13h :00

Groupe 10 : lundi de 13h à 14h30 et 15h à 16h 30
Exercices le jeudi, de 11h : 00 à 13h : 00

*Enseignant :* Vasile Vanciu vanciu.vasile@uqam.ca

# PLAN DE COURS

## *Objectifs*

Introduction structurée à l'arithmétique des entiers naturels, des nombres rationnels, des nombres négatifs, des nombres réels et des nombres complexes, alimentée de réflexions didactiques et pédagogiques. S'il réussit le cours, l'étudiant devrait avoir

- approfondi sa connaissance des systèmes de nombres ; développé des habiletés de communication et de raisonnement sur ce sujet ;
- appris à utiliser à bon escient le symbolisme, les définitions, les explications, les démonstrations ;
- réfléchi sur l'enseignement des divers concepts associés aux nombres.

## *Contenu*

1. Les entiers naturels.
   Éléments de genèse historique et psychologique. Dénombrement, principe de conservation du nombre, écritures. L'écriture en base dix ou selon d'autres bases, les blocs multibases. Addition, soustraction, multiplication, division dans $\infty$ : définitions, propriétés, interprétations. Critères de divisibilité. Principe d'induction. Preuves par induction (ou par récurrence). Divisibilité, pgcd et ppcm, algorithme d'Euclide. Nombres premiers, factorisation, théorème fondamental de l'arithmétique. À travers tout cela est amorcée un travail (de réflexion et d'acquisition) sur la ***démonstration mathématique***, travail qui va se poursuivre pendant toute la durée du cours.
2. Les rationnels et les irrationnels positifs.
   La construction des rationnels comme classes d'équivalence de couples d'entiers. Fractions équivalentes, critère du produit croisé, fractions irréductibles, opérations avec les rationnels.

L'ensemble $\mathbf{Q}^+$ via la mesure des segments : mesures rationnelle et décimale des segments. La périodicité des développements longs des rationnels, critère pour avoir des développements finis. Incommensurabilité des deux côtés du rectangle d'or, irrationalité du nombre d'or. Incommensurabilité de la diagonale du carré avec son côté. Preuves de l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Théorème d'irrationalité pour les racines d'entiers, avec sa preuve.

3. Les nombres négatifs et les réels.
   Suites et convergence, développements infinis non périodiques comme limites de suites de rationnels, axiome de complétude, l'ensemble $\Upsilon^+$. Extension des opérations usuelles aux négatifs, arguments divers motivant la « règle des signes » pour la multiplication. L'ensemble $\Upsilon$, la droite numérique. Structures de groupe et de corps, propriétés des corps à la source de la règle des signes.
4. Les nombres complexes (si le temps le permet).
   Définition, opérations, propriétés, etc. Modèle géométrique : le plan complexe $\mathbf{C}$, l'opérateur *i*. Retour sur la formule quadratique dans les complexes. Coordonnées polaires, forme polaire des complexes, interprétation géométrique de la multiplication complexe, formule de De Moivre, puissances et racines complexes.

## *Modalités d'organisation*

Cours en présentiel de type magistral. Certaines activités de type « atelier » sont aussi prévues. Séance d'exercices à partir d'exercices et de problèmes qui portent sur la matière des cours précédents.

## *Bibliographie*

Les étudiants doivent se procurer les notes de cours en ligne à la COOP-UQAM : **coopuqam.com**, version papier ou pdf.

## *Évaluation*

Groupe 30

- **Examen de mi- session (21 octobre) (35 ou 45%)**
- **Examen de fin de session (16 décembre) (35 ou 45%)**
- **Travail pratique 1 (questions remises le 22 septembre, travail remis le 6 octobre) (10%)**
- **Travail pratique 2 (questions remises le 24 novembre, travail remis le 1 décembre) (10%).**

Groupe 10

- **Examen de mi- session (28 octobre) (35 ou 45%)**
- **Examen de fin de session (20 décembre) (35 ou 45%)**
- **Travail pratique 1 (questions remises le 22 septembre, travail remis le 6 octobre) (10%)**
- **Travail pratique 2 (questions remises le 24 novembre, travail remis le 1 décembre) (10%).**

******La note la plus haute entre celle obtenue à l'examen de mi-session et celle obtenue à l'examen de fin de session comptera pour 45% de la note finale, la note la plus basse pour 35**

## Quelques ouvrages de référence

Fraleigh, John B. 1982. *A First Course in Abstract Algebra*. 3e édition, Addison-Wesley.

Glaeser, Georges. 1981. Épistémologie des nombres relatifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 2, n° 3, pp. 303-346.

Ifrah, Georges. 1994. Histoire universelle des chiffres. Paris : Éditions Robert Laffont.

Labelle, Gilbert. 1974. *Introduction aux nombres complexes et applications*. Association mathématique du Québec.

Churchill, Ruel V. & Brown, James W. 1976. *Complex Variables and applications*. 3e édition, McGraw-Hill.

Hardy, Godfrey H. & Wright, Edward M. 1954 ; réédité en 2008. *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford University Press.

Piaget, Jean. 1991. *La genèse du nombre chez l'enfant*. 7e édition, Delachaux et Niestlé.

## Les douze compétences professionnelles attendues des enseignants et des enseignantes du secondaire, selon le MELS

FONDEMENTS

1. Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.
2. Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante.

ACTE D'ENSEIGNER

3. Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
4. Piloter des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
5. Évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre.
6. Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.

CONTEXTE SCOLAIRE ET SOCIAL

7. Adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap.
8. Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement-apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel.
9. Coopérer avec l'équipe-école, les parents, les différents partenaires sociaux et les élèves en vue de l'atteinte du développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.
10. Travailler de concert avec les membres de l'équipe pédagogique à la réalisation des tâches permettant le développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.

IDENTITÉ PROFESSIONNELLE

11. S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.
12. Agir de façon éthique et responsable dans l'exercice de ses fonctions.

**À l'UQAM, nous ajoutons une compétence qui nous est propre :**

13. S'approprier la réalité pluriethnique de la société québécoise et de l'école montréalaise, se sentir réellement concerné dans ses actions pédagogiques, développer les compétences de l'éducation interculturelle.

Comme cours de mathématiques, le cours MAT2700, *Structures numériques*, cible principalement la compétence 1, et aussi dans une moindre mesure la compétence 2. En donnant à l'étudiant les bases d'une compréhension épistémologique de nombreux sujets mathématiques du secondaire, le cours permet également un travail indirect sur les compétences 3, 7 et 11.

| Compétence<br>Niveaux de maîtrise attendus | Niveau de développement attendu | Sommaire des modalités d'évaluation<br>[Voir plus loin pour les éléments d'évaluation] |
|---|---|---|
| | | |
| **Compétence 1** : **Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.** | **Niveau de développement attendu** | **Sommaire des modalités d'évaluation** |
| - *Comprendre les différents savoirs à enseigner (disciplinaires et curriculaires) de telle sorte qu'il puisse favoriser la création de liens significatifs chez l'élève.* | Maîtrise | Évalué dans les examens et devoirs. |
| - *Manifester une compréhension critique des savoirs à enseigner de telle sorte qu'il puisse favoriser la création de liens significatifs chez l'élève.* | Sensibilisation | Évalué dans les examens et devoirs. |
| **Compétence 2** : **Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession d'enseignant et d'enseignante**. | | |
| - *Maîtriser les règles et les usages de la langue orale et écrite de manière à être compris par l'ensemble de la communauté francophone ou anglophone.* | maîtrise | - Au niveau de toutes les modalités d'évaluation, application de la politique départementale concernant le français. Une insistance particulière est mise sur la maîtrise des éléments terminologiques propres aux structures numériques et aux éléments d'algèbre et de géométrie associés. |
| - *Exprimer dans une langue correcte avec l'aisance, la précision, l'efficacité et l'exactitude qui conviennent à ce que la société attend d'une professionnelle ou d'un professionnel de l'enseignement* | Sensibilisation | |
| **Compétence 3** : **Concevoir des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation**. | | |
| - *Concevoir correctement des activités d'enseignement-apprentissage variées et d'un niveau de complexité raisonnable permettant la progression des élèves dans le développement de leurs compétences*<br>- | Sensibilisation | Cette compétence n'est pas directement touchée, mais elle l'est indirectement par la connaissance de la structure mathématique du contenu. Elle n'est pas évaluée. |
| **Compétence 7: adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptations ou un handicap** | | |
| - Adapter ses interventions aux difficultés particulières des élèves. | Sensibilisation | Cette compétence n'est pas touchée, si ce n'est à travers la connaissance de la structure mathématique du contenu, qui sensibilise aux difficultés que recèlent ce contenu et auxquelles les élèves ont à faire face. Elle n'est pas évaluée. |

| **Compétence 11 : S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel** | | |
|---|---|---|
| - Repérer, comprendre et utiliser les ressources (littérature de recherche et littérature professionnelle, réseaux pédagogiques, associations professionnelles, banques de données) disponibles sur l'enseignement. | Sensibilisation | Cette compétence découle de l'effort et du sérieux que l'étudiant apporte à l'acquisition des connaissances dans ce cours. Elle est également touchée à travers le travail collectif de maîtrise des contenus. Elle n'est pas directement évaluée. |
| - Préciser ses forces et ses limites, ainsi que ses objectifs personnels et les moyens pour y arriver. | Sensibilisation | |
| - Mener une démarche d'analyse réflexive de manière rigoureuse sur des aspects précis de son enseignement. | | |




Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement.

**La liste non limitative des infractions est définie comme suit :**

- la substitution de personnes ;
- l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
- la transmission d'un travail aux fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis aux fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
- l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
- la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
- l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
- l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
- la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
- la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

**Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18 sur les infractions de nature académique.**

Vous pouvez consulter sur le site r18.uqam.ca des capsules vidéos qui vous en apprendront davantage sur l'intégrité académique et le R18, tout en vous orientant vers les ressources mises à votre disposition par l'UQAM pour vous aider à éliminer le plagiat de vos travaux.

INFOSPHÈRE

Infosphère est l'un de ces outils indispensables : un guide méthodologique visant à promouvoir les bonnes pratiques en matière de recherche documentaire et de rédaction de travaux. Cet outil vous accompagnera tout au long de vos études et vous permettra d'éviter les pièges du plagiat. Cliquez sur le logo à gauche pour être redirigé vers le site.

## Politique nº 16 contre le harcèlement sexuel

Le harcèlement sexuel se définit comme étant un comportement à connotation sexuelle unilatéral et non désiré ayant pour effet de compromettre le droit à des conditions de travail et d'études justes et raisonnables ou le droit à la dignité.

La Politique nº 16 identifie les comportements suivants comme du harcèlement sexuel :
1. Manifestations persistantes ou abusives d'un intérêt sexuel non désirées.
2. Remarques, commentaires, allusions, plaisanteries ou insultes persistants à caractère sexuel portant atteinte à un environnement propice au travail ou à l'étude.
3. Avances verbales ou propositions insistantes à caractère sexuel non désirées.
4. Avances physiques, attouchements, frôlements, pincements, baisers non désirés.
5. Promesses de récompense ou menaces de représailles, implicites ou explicites, représailles liées à l'acceptation ou au refus d'une demande d'ordre sexuel.
6. Actes de voyeurisme ou d'exhibitionnisme.
7. Manifestations de violence physique à caractère sexuel ou imposition d'une intimité sexuelle non voulue.
8. Toute autre manifestation à caractère sexuel offensante ou non désirée.

**Pour plus d'information :**
instances.uqam.ca/ReglementsPolitiquesDocuments/Documents/Politique_no_16.pdf

**Pour obtenir du soutien :**

Pour rencontrer une personne ou faire un signalement :
Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement
514 987-3000, poste 0886
Pour la liste des services offerts en matière de violence sexuelle à l'UQAM et à l'extérieur de l'UQAM : harcelement.uqam.ca

CALACS Trêve pour Elles – point de services UQAM :
514 987-0348
calacs@uqam.ca
trevepourelles.org

Soutien psychologique (Services à la vie étudiante) :
514 987-3185
Local DS-2110

Service de la prévention et de la sécurité :
**514 987-3131**