Université du Québec à Montréal — Département de Mathématiques

MAT-2720 . PROCESSUS STOCHASTIQUES

Session : Hiver 2015
Groupe : 010
Professeur : Fabrice Larribe
Bureau : PK-5515
Courriel : larribe.fabrice@uqam.ca larribe.fabrice@uqam.ca
Page Web : http://fabricelarribe.uqam.ca/

[dimanche 28 décembre 2014]

1 Objectifs Généraux

Le cours MAT2720 vise à :

- ⊡ familiariser l'étudiant avec les processus stochastiques;
- ⊡ le rendre apte à modéliser un phénomène concret grâce à ceux-ci.

2 Description du répertoire de l'UQAM

Processus stochastiques. Chaînes de Markov: matrice de transition, équations de Chapman-Kolmogorov, classification des états, analyse des premiers pas, probabilités limites, chaînes de Markov réductibles, promenades aléatoires et autres problèmes. Processus de branchement : distribution du nombre de descendants et probabilité d'extinction. Processus de Poisson : loi exponentielle, processus de comptage, temps d'attente, autres propriétés et généralisation du processus de Poisson (non-homogène, composé). Chaînes de Markov à temps continu : probabilité de transition, générateur infinitésimal, équations de Chapman-Kolmogorov, probabilités limites et système M/M/n. Introduction au mouvement brownien : temps d'atteinte et variables aléatoires maximales, pont brownien. Ce cours comporte une séance de travaux pratiques (TP) de deux heures par semaine. Quelques séances de TP pourront être évaluées.

3 Thèmes

- ⊡ Chaînes de Markov (11.5 hrs)

  Matrice de transition - équations de Chapman-Kolmogorov - temps d'entrée - récurrence - périodicité - classification des états - probabilité et temps moyen d'absorption - analyse des premiers pas - temps moyen dans les états transitoires - promenade aléatoire symmétrique et asymétrique - promenade entre barrières réfléchissantes ou absorbantes

- ⊡ Comportement à long terme des chaînes de Markov (4.5 hrs)

  Stationnarité - théorèmes limites - chaînes de Markov réductibles.

- ⊡ Processus de branchement (2 hrs)

  Définition - moyenne et variance du nombre de descendants - probabilités d'extinction

⊡ Processus de Poisson (8 hrs)

Loi exponentielle - Minimum d'exponentielles - définitions du Processus de Poisson - temps d'attente - distribution des temps d'arrivés - généralisation des processus de Poisson: processus non homogène et processus composé.

⊡ Chaînes de Markov à temps continu (8 hrs)

Probabilité de transition - générateur infinitésimal - équations de Chapman-Kolmogorov - probabilité limites - chaîne de naissance et de mort - explosion - chaîne sous-jacente - systèmes $M/M/n$

⊡ Mouvement brownien (3 hrs)

Processus de diffusion - dérive et variance - temps d'atteinte - interpolation et extrapolation - principe de réflexion - loi du maximum et zéros

4 Objectifs Spécifiques

à la fin du cours, l'étudiant devra être en mesure :

Chaînes de Markov, promenades aléatoires, processus de ramification

1. de déterminer si un processus est une chaîne de Markov ;
2. d'écrire la matrice de transition d'une chaîne et d'utiliser celle-ci pour calculer la probabilité de certains événements ;
3. de calculer la loi d'un temps d'entrée ;
4. de classifier les états d'une chaîne ;
5. de calculer les probabilités d'absorption et les temps moyen d'absorption ;
6. d'identifier la mesure de probabilité stationnaire d'une chaîne si elle existe ;
7. d'appliquer les méthodes précédentes au cas des promenades aléatoires et des processus de ramification ;
8. de calculer la probabilité d'extinction d'un processus de ramification.

Processus de Poisson, chaînes de Markov à temps continu

1. modéliser et calculer la probabilité de certains évènements dans des modèles exponentiels ;
2. de calculer la probabilité de certains évènements d'un processus de Poisson, qu'il soit homogène ou non ;
3. déterminer si un processus donné est un processus de naissance et de mort ;
4. d'écrire et d'utiliser les équations de Kolmogorov ;
5. d'exploiter le conditionnement dans l'étude des processus ;
6. de décrire la chaîne discrète sous-jacente à une chaîne continue et d'étudier les relations existant entre celles-ci;
7. de classifier les états d'une chaîne de naissance et de mort ;
8. de calculer les probabilités limites d'une chaîne de Markov.

5 Horaires et salles:

- ⊡ Lundi, 9h00 à 10h30, SH-R810.
- ⊡ Jeudi, 9h00 à 10h30, SH-2420.
- ⊡ Jeudi, 10h30 à 12h30, SH-2420 [Séance d'exercice].

6 Évaluations: Deux examens de 40 % et deux tests de 10% (voir section 8).

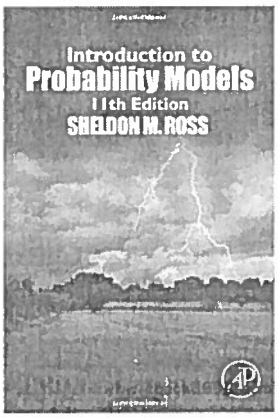
7 Manuel et Notes de Cours:

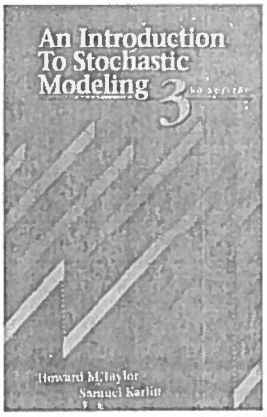
Des notes de cours sont disponibles par Moodle:

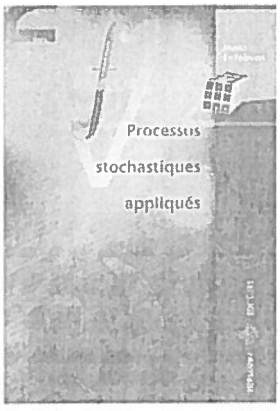
http://www.moodle.uqam.ca

vous pouvez les télécharger et les imprimer à votre convenance. Le cours est basé sur ces notes, et ces dernières sont à compléter pendant le cours. Les notes sont fournies sous deux format: un format papier, destiné à l'impression, et un format tablette; le format tablette est un fichier pdf dynamique (contenant des hyperliens). Ces notes sont construites en partie à partir de deux premiers manuels mentionnés ci-dessous, et de nombreuses références vers ces manuels sont présentes dans les notes. Il n'est pas nécessaire de se procurer un de ces manuels pour suivre le cours. Si vous désirez des compléments aux notes, vous pourrez cependant consulter ces manuels disponibles à la bibliothèque, ou les acheter à la librairie scientifique de la COOP UQAM.

- ⊡ S. Ross, Introduction to probability models ($11^{ème}$ édition, Academic Press, 2014.) [Notez que la 10^{eme} édition est aussi bonne que la onzième !]
- ⊡ H.M. Taylor et Samuel Karlin, An introduction to stochastic modeling (3^{eme} édition, Academic Press, 1998. ISBN: 0-12-684887-4, QA274T39.1998)
- ⊡ Mario Lefebvre, Processus Stochastiques Appliqués (Presses Internationales Polytechniques, 2005. ISBN: 2-553-01155-5 ; 20059414448, QA274.L375.2005)







8 Calendrier

	L	M	M	J	V			Sem.	Exer.	Cours	
Janvier			7	8	9	10	11	1			1
	12	13	14	15	16	17	18	2	1	2	3
	19	20	21	22	23	24	25	3	2	4	5
	26	27	28	29	30	31	1	4	3	6	7
Février	2	3	4	5	6	7	8	5	4	8	9
	9	10	11	12	13	14	15	6	5	10	11
	16	17	18	19	20	21	22	7	6	12	13
	23	24	25	26	27	28	1	8		14	15
Mars	2	3	4	5	6	7	8	9			
	9	10	11	12	13	14	15	10	7	16	17
	16	17	18	19	20	21	22	11	8	18	19
	23	24	25	26	27	28	29	12	9	20	21
Avril	30	31	1	2	3	4	5	13	10	22	23
	6	7	8	9	10	11	12	14	11		24
	13	14	15	16	17	18	19	15	12	25	26
	20	21	22	23	24	25	26	16		27	28
	27	28	29					17		29	

Dates importantes: ■ Examen Intra: jeudi 26 février, de 9h00 à 12h30, ■ Examen final: jeudi 23 avril, de 9h00 à 12h30, ■ Examens partiels (tests): lundi 2 février, lundi 30 mars, de 9h00 à 10h30.

9 Respect de l'intégrité académique

Extraits du règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement.

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

a. la substitution de personnes ;
b. l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
c. la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
d. l'obtention par vol, manœuvre ou corrup-

tion de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;

e. la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;

f. l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;

g. l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;

h. la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;

i. la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du règlement numéro 18.

Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir : www.integrite.uqam.ca.