Université du Québec à Montréal Département de Mathématiques

MAT-2720 · PROCESSUS STOCHASTIQUES

Session : Automne 2021
Groupe : 010
Professeur : Marie-Hélène Descary
Bureau zoom : PK-5435
Courriel : descary.marie-helene@uqam.ca

[vendredi 27 août 2021]

1 Objectifs Généraux

Le cours MAT2720 vise à :

- ⊡ familiariser l'étudiant avec les processus stochastiques;
- ⊡ le rendre apte à modéliser un phénomène concret grâce à ceux-ci.

2 Description du répertoire de l'UQAM

Processus stochastiques. Chaînes de Markov: matrice de transition, équations de Chapman-Kolmogorov, classification des états, analyse des premiers pas, probabilités limites, chaînes de Markov réductibles, promenades aléatoires et autres problèmes. Processus de branchement: distribution du nombre de descendants et probabilité d'extinction. Processus de Poisson : loi exponentielle, processus de comptage, temps d'attente, autres propriétés et généralisation du processus de Poisson (non-homogène, composé). Chaînes de Markov à temps continu : probabilité de transition, générateur infinitésimal, équations de Chapman-Kolmogorov, probabilités limites et système M/M/n. Introduction au mouvement brownien : temps d'atteinte et variables aléatoires maximales, pont brownien. Ce cours comporte une séance d'exercices de deux heures par semaine.

3 Thèmes

- ⊡ Chaînes de Markov (11.5 hrs)

  Matrice de transition - équations de Chapman-Kolmogorov - temps d'entrée - récurrence - périodicité - classification des états - probabilité et temps moyen d'absorption - analyse des premiers pas - promenade aléatoire symétrique et asymétrique - promenade entre barrières réfléchissantes ou absorbantes

- ⊡ Comportement à long terme des chaînes de Markov (4.5 hrs)

  Stationnarité - théorèmes limites - chaînes de Markov réductibles.

- ⊡ Processus de branchement (2 hrs)

Définition - moyenne et variance du nombre de descendants - probabilités d'extinction

⊡ Processus de Poisson (8 hrs)

Loi exponentielle - Minimum d'exponentielles - définition du Processus de Poisson - temps d'attente - distribution des temps d'arrivés - généralisation des processus de Poisson: processus non homogène et processus composé.

⊡ Chaînes de Markov à temps continu (8 hrs)

Probabilité de transition - générateur infinitésimal - équations de Chapman-Kolmogorov - probabilité limite - processus de naissance et de mort - explosion - chaîne sous-jacente - systèmes $M/M/n$

⊡ Mouvement brownien (3 hrs)

Processus de diffusion - variance - temps d'atteinte - interpolation et extrapolation - principe de réflexion - loi du maximum et zéros

4 Objectifs Spécifiques

À la fin du cours, l'étudiant devra être en mesure :

Chaînes de Markov à temps discret

1. de déterminer si un processus est une chaîne de Markov;
2. d'écrire la matrice de transition d'une chaîne et de l'utiliser afin de calculer la probabilité de certains événements;
3. de calculer la loi d'un temps d'entrée;
4. de classifier les états d'une chaîne;
5. de calculer les probabilités d'absorption et les temps moyens d'absorption;
6. de calculer la probabilité stationnaire d'une chaîne si elle existe;
7. de calculer la probabilité d'extinction d'un processus de branchement.

Processus de Poisson, chaînes de Markov à temps continu

1. de modéliser et de calculer la probabilité de certains évènements dans des modèles exponentiels;
2. de calculer la probabilité de certains évènements d'un processus de Poisson, qu'il soit homogène ou non;
3. déterminer si un processus donné est un processus de naissance et de mort;
4. d'écrire et d'utiliser les équations de Kolmogorov;
5. d'exploiter le conditionnement dans l'étude des processus;
6. de décrire la chaîne discrète sous-jacente à une chaîne continue et d'étudier la relation entre les deux chaînes;

7. de classifier les états d'un processus de naissance et de mort;
8. de calculer les probabilités limites d'une chaîne de Markov.

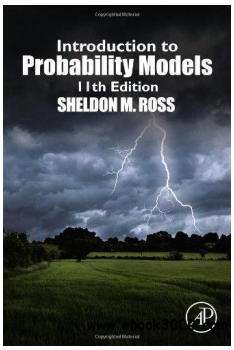
5 Notes de cours et livres de référence

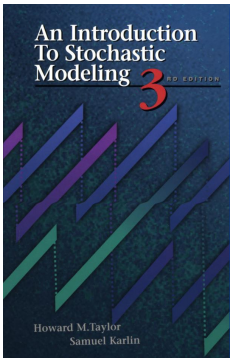
Des notes de cours sont disponibles sur Moodle:

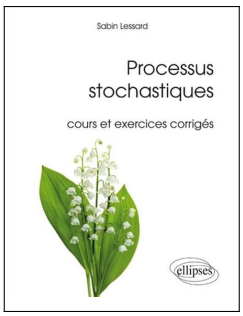
http://www.moodle.uqam.ca

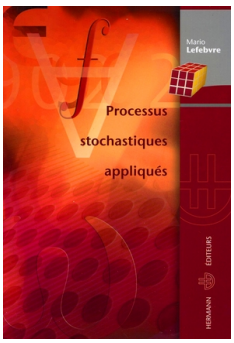
vous pouvez les télécharger et les imprimer à votre convenance. Le cours est basé sur ces notes, et ces dernières sont à compléter pendant le cours. Les notes sont fournies sous deux formats : un format papier, destiné à l'impression, et un format tablette; le format tablette est un fichier pdf dynamique (contenant des hyperliens). Ces notes sont construites en partie à partir des deux premiers livres mentionnés ci-dessous, et de nombreuses références vers ces livres sont présentes dans les notes. Il n'est pas nécessaire de se procurer un de ces livres pour suivre le cours; si vous voulez des compléments aux notes, vous pouvez les consulter à la bibliothèque ou les acheter à la librairie scientifique de la COOP UQAM.

- ⊡ S. Ross, Introduction to probability models (11ème édition, Academic Press, 2014.) [Notez que la 10ème édition est aussi bonne que la onzième!]
- ⊡ H.M. Taylor et Samuel Karlin, An introduction to stochastic modeling (3ème édition, Academic Press, 1998. ISBN: 0-12-684887-4, QA274T39.1998)
- ⊡ Sabin Lessard, Processus stochastiques : cours et exercices corrigés (ELLIPSES, 2015. ISBN: 9782340002142 (2340002141))
- ⊡ Mario Lefebvre, Processus Stochastiques Appliqués (Presses Internationales Polytechniques, 2005. ISBN: 2-553-01155-5 ; 20059414448, QA274.L375.2005)









6 Horaire du cours

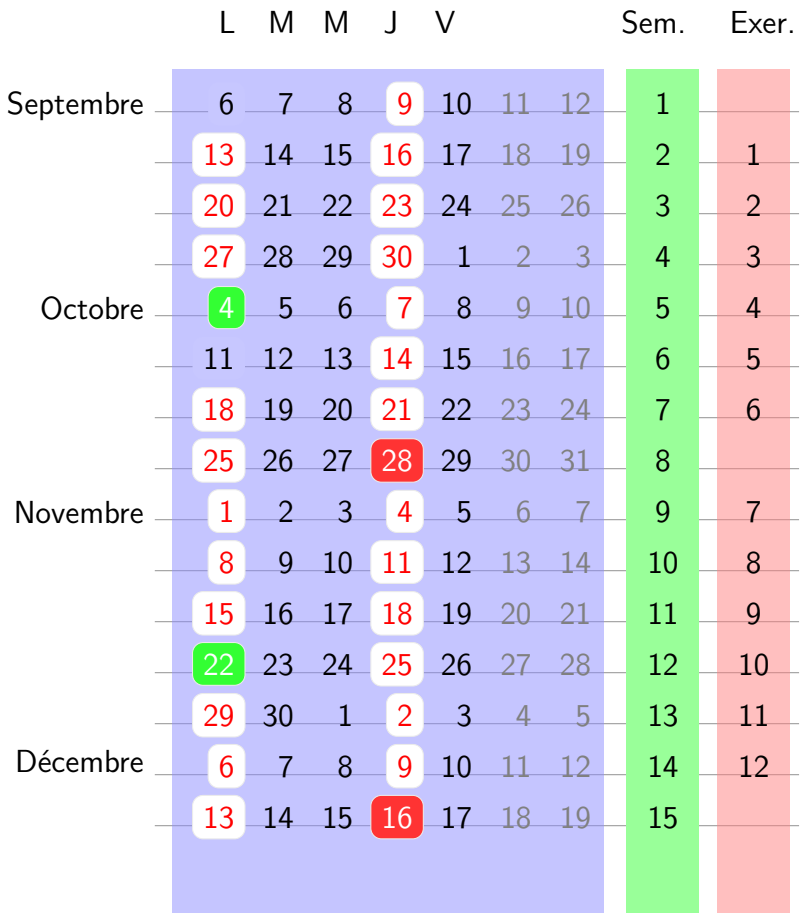
- ⊡ Lundi, 9h à 10h30
- ⊡ Jeudi, 9h à 10h30
- ⊡ Jeudi, 10h30 à 12h30 (séance d'exercices)

7 Évaluations

Deux examens de 40 % chacun et deux tests de 10 %.

Dates des évaluations:

- ⊡ Test 1: lundi 4 octobre de 9h00 à 10h30;
- ⊡ Examen intra : jeudi 28 octobre, de 9h00 à 12h;
- ⊡ Test 2 : lundi 22 novembre, de 9h00 à 10h30;
- ⊡ Examen final : jeudi 16 décembre, de 9h00 à 12h.



8 Respect de l'intégrité académique

Extrait du règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement.

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

a. la substitution de personnes;
b. l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence;
c. la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant;
d. l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée;
e. la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé;
f. l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne;
g. l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle;
h. la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances;
i. la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement numéro 18.

Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir : www.integrite.uqam.ca.

9 Politique visant à prévenir et à combattre le sexisme et les violences à caractère sexuel

Extrait de la politique 16

Politique nº 16 visant à prévenir et à combattre le sexisme et les violences à caractère sexuel
Les violences à caractère sexuel se définissent comme étant des comportements, propos et attitudes à caractère sexuel non consentis ou non désirés, avec ou sans contact physique, incluant ceux exercés ou exprimés par un moyen technologique, tels les médias sociaux ou autres médias numériques. Les violences à caractère sexuel peuvent se manifester par un geste unique ou s'inscrire dans un continuum de manifestations et peuvent comprendre la manipulation, l'intimidation, le chantage, la menace implicite ou explicite, la contrainte ou l'usage de force.
Les violences à caractère sexuel incluent, notamment : • la production ou la diffusion d'images ou de vidéos sexuelles explicites et dégradantes, sans motif pédagogique, de recherche, de création ou d'autres fins publiques légitimes; • les avances verbales ou propositions insistantes à caractère sexuel non désirées; • la manifestation abusive et non désirée d'intérêt amoureux ou sexuel; • les commentaires, les allusions, les plaisanteries, les interpellations ou les insultes à caractère sexuel, devant ou en l'absence de la personne visée; • les actes de voyeurisme ou d'exhibitionnisme; • le (cyber) harcèlement sexuel; • la production, la possession ou la diffusion d'images ou de vidéos sexuelles d'une personne sans son consentement; • les avances non verbales, telles que les avances physiques, les attouchements, les frôlements, les pincements, les baisers non désirés; • l'agression sexuelle ou la menace d'agression sexuelle; • l'imposition d'une intimité sexuelle non voulue; • les promesses de récompense ou les menaces de représailles, implicites ou explicites, liées à la satisfaction ou à la non-satisfaction d'une demande à caractère sexuel. **Pour plus d'information :** https://instances.uqam.ca/wp-content/uploads/sites/47/2019/04/Politique_no_16_2.pdf **Pour obtenir du soutien ou effectuer un signalement :** Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement 514 987-3000, poste 0886 Pour la liste des services offerts en matière de violence à caractère sexuel à l'UQAM et à l'extérieur de l'UQAM : https://harcelement.uqam.ca/ Soutien psychologique (Services à la vie étudiante) 514 987-3185 /Local DS-2110 Service de la prévention et de la sécurité : 514 987-3131

10 Politique sur le respect des personnes, la prévention et l'intervention en matière de harcèlement

Extrait de la politique 42

Politique nº42 sur le respect des personnes, la prévention et l'intervention en matière de harcèlement (extraits)

L'Université reconnaît à toutes les personnes membres de la communauté universitaire le droit d'être traitées avec dignité, équité et respect mutuel.

L'Université considère le respect mutuel, l'égalité, l'écoute et l'entraide comme des valeurs importantes qui favorisent l'épanouissement personnel ainsi que l'établissement de rapports harmonieux entre les personnes et entre les groupes, et qui permettent la mise en place d'un milieu sain et propice à la réalisation individuelle ou collective de sa mission universitaire.

L'Université est consciente que les situations de harcèlement ou pouvant mener à du harcèlement résultent de l'interaction de facteurs individuels, sociaux et liés au milieu de travail et d'études. Compte tenu de ces facteurs, l'Université croit que la prévention constitue le meilleur moyen pour assurer un milieu exempt de toute manifestation de harcèlement et donne ainsi priorité à la prévention.

Le « **harcèlement** » inclut notamment : le harcèlement psychologique, le harcèlement discriminatoire et le harcèlement sexuel.

Le harcèlement psychologique est une conduite vexatoire se manifestant par des comportements, des paroles, des écrits, des actes ou des gestes répétés qui sont hostiles ou non désirés, blessants ou injurieux d'une personne envers une autre et ayant pour effet de porter atteinte à la dignité ou à l'intégrité psychologique ou physique d'une personne et pouvant entraîner pour celle-ci un milieu de travail ou d'études néfaste. Ces conduites vexatoires peuvent être le fait d'une seule personne ou d'un groupe de personnes.

Le harcèlement discriminatoire est lié à l'un ou l'autre des motifs sur lesquels il est légalement interdit de discriminer (le sexe, l'identité ou l'expression de genre, la grossesse, l'orientation sexuelle, l'état civil, l'âge, la religion, les convictions politiques, la langue, l'origine ethnique ou nationale, la race, la couleur, la condition sociale, le handicap ou l'utilisation d'un moyen pour pallier ce handicap) ou un motif analogue.

Une seule conduite grave peut aussi constituer du harcèlement si elle porte une telle atteinte et produit un effet nocif continu pour cette personne.

Situation pouvant mener à du harcèlement
Situation problématique qui met en jeu la dignité ou l'intégrité physique ou psychologique d'une personne et qui est susceptible de dégénérer jusqu'à devenir du harcèlement. C'est le cas notamment, mais non exclusivement, de l'abus de pouvoir ou d'autorité, du conflit et de l'incivilité. Pour éviter qu'une telle situation ne dégénère, elle doit être réglée de façon constructive, rapidement et avec respect afin de favoriser le mieux-être de chaque personne.

La politique s'applique à toute la communauté universitaire et aux partenaires externes en lien direct avec l'Université dans le cadre de leurs relations avec les membres de cette communauté. Elle s'applique à l'intérieur et à l'extérieur du campus, incluant les interactions exercées ou exprimées grâce à des moyens technologiques, tels les médias sociaux ou autres médias numériques. La politique vise également les personnes étudiantes dans le cadre de leurs activités d'apprentissage hors campus approuvées telles que les stages, en tenant compte des limites des capacités d'intervention de l'Université.

Pour plus d'information :
Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement (BIPH)
514 987-3000, poste 0886 ; harcelement@uqam.ca; harcelement.uqam.ca

Soutien psychologique (Services à la vie étudiante)
514 987-3185 ; vie-etudiante.uqam.ca

Service de la prévention et de la sécurité :
514 987-3131

11 Accueil et soutien des étudiant-e-s en situation d'handicap

Extrait de la politique 44

Politique no 44 d'accueil et de soutien des étudiantes, étudiants en situation de handicap

Par sa politique, l'Université reconnait, en toute égalité des chances, sans discrimination ni privilège, aux étudiantes, étudiants en situation de handicap, le droit de bénéficier de l'ensemble des ressources du campus et de la communauté universitaire, afin d'assurer la réussite de leurs projets d'études, et ce, dans les meilleures conditions possibles. L'exercice de ce droit est, par ailleurs, tributaire du cadre réglementaire régissant l'ensemble des activités de l'Université.

Il incombe aux étudiantes, étudiants en situation de handicap de rencontrer les intervenantes, intervenants (conseillères, conseillers à l'accueil et à l'intégration du Service d'accueil et de soutien des étudiantes, étudiants en situation de handicap, professeures, professeurs, chargées de cours, chargés de cours, direction de programmes, associations étudiantes concernées, etc.) qui pourront faciliter leur intégration à la communauté universitaire ou les assister et les soutenir dans la résolution de problèmes particuliers en lien avec les limitations entraînées par leur déficience.

Le Service d'accueil et de soutien aux étudiantes, étudiants en situation de handicap (SASESH) offre des mesures d'aménagement dont peuvent bénéficier certains étudiants. Nous vous recommandons fortement de vous prévaloir des services auxquels vous pourriez avoir droit afin de réussir vos études, sans discrimination. Pour plus d'information, visitez le site de ce service à l'adresse suivante : http://vie-etudiante.uqam.ca/etudiant-situation-handicap/nouvelles-ressources.html et celui de la politique institutionnelle d'accueil et de soutien aux étudiantes, étudiants en situation de handicap :
https://instances.uqam.ca/wp-content/uploads/sites/47/2018/05/Politique_no_44.pdf

Vous devez faire connaitre votre situation au SASESH le plus tôt possible :

En personne : 1290, rue Saint-Denis, Pavillon Saint-Denis, local AB-2300
Par téléphone : 514 987-3148
Courriel : situation.handicap@uqam.ca
En ligne : http://vie-etudiante.uqam.ca/