UQÀM **Faculté des sciences**
Université du Québec à Montréal

Automne 2023

MAT 2700 Structures numériques

Cours
Fabienne Venant, *venant.fabienne@uqam.ca*, bureau : PK-5925 ; tél. : 987-3000-8462#

Exercices

Jennifer Bélanger Barriault, belanger-barriault.jennifer@courrier.uqam.ca

Groupe 30 : mercredi de 13:00 à 14:30 et jeudi de 09:00 à 10h30, local : SH- 3720
Exercices : à la demande, voir avec Jennifer

PLAN DE COURS

Objectifs

Introduction structurée à l'arithmétique des entiers naturels, des nombres rationnels, des nombres négatifs, des nombres réels et des nombres complexes. S'il réussit le cours, l'étudiant devrait avoir :

- approfondi sa connaissance des systèmes de nombres ;
- développé des habiletés de communication et de raisonnement à ce sujet ;
- appris à utiliser à bon escient le symbolisme, les définitions, les explications, les démonstrations ;
- amorcé une réflexion sur l'enseignement des divers concepts associés aux nombres.

Contenu

1. Les entiers naturels.
   Ensemble N. Structures et propriétés. Écriture dans différents systèmes de numération. Addition, soustraction, multiplication, division dans $\mathbb{N}$: définitions, propriétés, interprétations. Critères de divisibilité. Principes d'induction, faible et forte. Preuves par induction (ou par récurrence). Divisibilité, pgcd et ppcm, algorithme d'Euclide. Nombres premiers, factorisation, théorème fondamental de l'arithmétique. À travers tout cela est amorcé un travail (de réflexion et d'acquisition) sur la démonstration mathématique, travail qui va se poursuivre pour toute la durée du cours.
2. Les entiers relatifs.
   L'ensemble des entiers relatifs : construction, extension des opérations usuelles, arguments divers motivant la « règle des signes » pour la multiplication, propriétés et opérations dans $\mathbb{Z}$, arithmétique dans $\mathbb{Z}$.

3. Les nombres rationnels.

   L'ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels : structure, propriétés et opérations dans $\mathbb{Q}$, écriture décimale, périodicité, nombres irrationnels. Théorème d'irrationalité pour les racines d'entiers.

4. Les nombres réels.

   L'ensemble $\mathbb{R}$ des nombre réels : structure, propriétés et opérations dans $\mathbb{R}$, complétude, droite numérique, définition axiomatique. Suites et convergence, suites croissantes, bornes supérieures et plus petites bornes supérieures. Développements infinis comme limites de suites de rationnels.

5. Les nombres complexes.

   Définition, opérations, propriétés, etc. Modèle géométrique : le plan complexe $\mathbb{C}$. Théorème fondamental de l'algèbre (énoncé). Retour sur la formule quadratique dans les complexes. Coordonnées polaires, forme polaire des complexes, interprétation géométrique de la multiplication complexe, l'opérateur *i*. Puissances et racines complexes, formule de De Moivre. Un coup d'oeil sur la formule d'Euler.

Modalités d'organisation

Cours magistral, éventuellement entrecoupé d'ateliers. La participation active des étudiants peut-être sollicitée. Séances d'exercices et de problèmes portant sur la matière des cours précédents. Les feuilles d'exercices et le matériel de cours seront disponibles sur la page Moodle du cours.

Le cours contiendra une initiation à la programmation permettant d'explorer les concepts mathématiques vus en cours. Les plateformes SNAP et SCRATCH seront utilisés.æ

Évaluation proposée

Activités	**Pondération**	**Échéance**
1. Examen intra (individuel)	30%	26 octobre
1. Examen final (individuel)	30%	14 décembre
2. Proposition de projet	5%	12 octobre
3. Projet écrit et document.s associés	20%	14 décembre
4. Présentation du projet	15%	29/30 novembre

Les examens auront lieu de 9h à 12h00 les jeudis 26 octobre et 14 décembre. Le travail est individuel.

Le projet de session est à rendre en trois parties échelonnées sur le trimestre.
Il est possible de le compléter seul ou avec un ou deux partenaires. **Le sujet doit obligatoirement être validé par le professeur sinon le projet entier ne sera pas évalué.**

Le projet comprend trois éléments :

1. Une proposition de 250 mots. Celle-ci explique le choix du sujet et les membres de l'équipe. Elle doit aussi comprendre une liste des références que l'équipe compte utiliser.

2. Un rapport écrit d'une dizaine de pages, sans compter la couverture et la liste des références.
3. Une présentation orale

Ce projet doit porter sur les nombres réels ou complexes, et présenter un résultat ou un concept clé. Voici quelques idées de sujet, mais d'autres propositions peuvent être faites par les étudiants :

1. Constructions de l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombre réels
2. Structure, propriétés et opérations dans $\mathbb{R}$,
3. $\mathbb{R}$: complétude, droite numérique, définition axiomatique.
4. Suites et convergence dans $\mathbb{R}$, suites croissantes, bornes supérieures et plus petites bornes supérieures.
5. Développements infinis comme limites de suites de rationnels
6. La racine carrée : producteurs d'exemples prototypiques d'irrationnels
7. Définition, opérations, propriétés, etc de l'ensemble des nombres complexes.
8. Le plan complexe : modèle géométrique
9. Théorème fondamental de l'algèbre
10. Formule quadratique dans les complexes.
11. Coordonnées polaires, forme polaire des complexes
12. Interprétation géométrique de la multiplication complexe,
13. Puissances et racines complexes, formule de De Moivre.
14. Formule d'Euler.

Échéancier provisoire

6 et 7 septembre	Introduction, dénombrement, numérations en base b
13 et 14 septembre	Les entiers relatifs
20 et 21 septembre	Les entiers relatifs
27 et 28 septembre	Les entiers relatifs
4 et 5 octobre	Les entiers relatifs
11 et 12 octobre	Les rationnels
18 et 19 octobre	Révisions (Asynchrone)
26 octobre (9h—12h00)	Examen
1 et 2 novembre	Les rationnels

8 et 9 novembre	Les irrationnels
15 (et 16) novembre	Les irrationnels /Les réels
22 et 23 novembre	Travail en autonomie
29 et 30 novembre	Présentations
6 et 7 décembre	Retour sur les réels et les complexes
14 décembre	Examen final

Quelques ouvrages de référence

Ebbinghaus, H.D. et Guénard, F .1999. *Les nombres : Leur histoire, leur place et leur rôle de l'Antiquité aux recherches actuelles,* Vuibert

Fraleigh, John B. 1982. *A First Course in Abstract Algebra*. 3e édition, Addison-Wesley.

Glaeser, G. 1981. *Épistémologie des nombres relatifs*. Recherches en Didactique des Maths, Vol. 2, n° 3, pp. 303-346.

Guedj, D. 1996 *L'empire des nombres*. Découvertes Gallimard. Gallimard.

Hardy, G. H. et E. M. Wright. 1954. *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford University Press.

Ifrah, G. 1994. *Histoire universelle des chiffres : l'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul.* Bouquins (Paris). R. Laffont,.

Labelle, Gilbert. 1974. *Introduction aux nombres complexes et applications*. Association mathématique du Québec.

Les douze compétences professionnelles attendues des enseignants et des enseignantes du secondaire, selon le MELS

FONDEMENTS

1. Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.
2. Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante.

ACTE D'ENSEIGNER

3. Concevoir de situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
4. Piloter des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
5. Évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre.
6. Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.

CONTEXTE SCOLAIRE ET SOCIAL

7. Adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap.
8. Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement-apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel.

9. Coopérer avec l'équipe-école, les parents, les différents partenaires sociaux et les élèves en vue de l'atteinte du développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.
10. Travailler de concert avec les membres de l'équipe pédagogique à la réalisation des tâches permettant le développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.

IDENTITÉ PROFESSIONNELLE

11. S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.
12. Agir de façon éthique et responsable dans l'exercice de ses fonctions.

Le cours MAT3812 cible plus particulièrement la compétence **8**, tout en suscitant un travail sur les compétences **1** et **2**. La compétence **3** n'est pas directement ciblée mais elle l'est indirectement par le travail sur la structure mathématique des contenus et la structure logique de la programmation, voisine de celle des démonstrations mathématiques. Elle n'est pas évaluée directement. Le cours demandant un travail individuel dans certaines tâches ainsi qu'un travail d'équipe dans d'autres, il développe aussi implicitement la compétence **11**, qui n'est cependant pas explicitement évaluée.

Politique nº 16 visant à prévenir et à combattre le sexisme et les violences à caractère sexuel

Les violences à caractère sexuel se définissent comme étant des comportements, propos et attitudes à caractère sexuel non consentis ou non désirés, avec ou sans contact physique, incluant ceux exercés ou exprimés par un moyen technologique, tels les médias sociaux ou autres médias numériques. Les violences à caractère sexuel peuvent se manifester par un geste unique ou s'inscrire dans un continuum de manifestations et peuvent comprendre la manipulation, l'intimidation, le chantage, la menace implicite ou explicite, la contrainte ou l'usage de force.

Les violences à caractère sexuel incluent, notamment :

- la production ou la diffusion d'images ou de vidéos sexuelles explicites et dégradantes, sans motif pédagogique, de recherche, de création ou d'autres fins publiques légitimes;
- les avances verbales ou propositions insistantes à caractère sexuel non désirées;
- la manifestation abusive et non désirée d'intérêt amoureux ou sexuel;
- les commentaires, les allusions, les plaisanteries, les interpellations ou les insultes à caractère sexuel, devant ou en l'absence de la personne visée;
- les actes de voyeurisme ou d'exhibitionnisme;
- le (cyber) harcèlement sexuel;
- la production, la possession ou la diffusion d'images ou de vidéos sexuelles d'une personne sans son consentement;
- les avances non verbales, telles que les avances physiques, les attouchements, les frôlements, les pincements, les baisers non désirés;
- l'agression sexuelle ou la menace d'agression sexuelle;
- l'imposition d'une intimité sexuelle non voulue;
- les promesses de récompense ou les menaces de représailles, implicites ou explicites, liées à la satisfaction ou à la non-satisfaction d'une demande à caractère sexuel.

Toute personne membre de la communauté universitaire contribue à maintenir une culture du respect et du consentement, notamment, en participant aux activités de **formations obligatoires sur le sexisme et les violences à caractère sexuel.**

La capsule de formation obligatoire annuelle est disponible au harcelement.uqam.ca

Pour plus d'information :
https://instances.uqam.ca/wp-content/uploads/sites/47/2019/04/Politique_no_16_2.pdf

Les personnes victimes, témoins ou informées d'une situation de sexisme, de violence à caractère sexuel, ou pour en apprendre plus sur ces enjeux, peuvent consulter le
Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement (BIPH)
514 987-3000, poste 0886 ; harcelement@uqam.ca; harcelement.uqam.ca

Soutien psychologique (Services à la vie étudiante)
514 987-3185 ; vie-etudiante.uqam.ca

Service de la prévention et de la sécurité :
514 987-3131

Politique nº42 sur le respect des personnes, la prévention et l'intervention en matière de harcèlement (extraits)

L'Université reconnaît à toutes les personnes membres de la communauté universitaire le droit d'être traitées avec dignité, équité et respect mutuel.

L'Université considère le respect mutuel, l'égalité, l'écoute et l'entraide comme des valeurs importantes qui favorisent l'épanouissement personnel ainsi que l'établissement de rapports harmonieux entre les personnes et entre les groupes, et qui permettent la mise en place d'un milieu sain et propice à la réalisation individuelle ou collective de sa mission universitaire.

L'Université est consciente que les situations de harcèlement ou pouvant mener à du harcèlement résultent de l'interaction de facteurs individuels, sociaux et liés au milieu de travail et d'études. Compte tenu de ces facteurs, l'Université croit que la prévention constitue le meilleur moyen pour assurer un milieu exempt de toute manifestation de harcèlement et donne ainsi priorité à la prévention.

Le « **harcèlement** » inclut notamment : le harcèlement psychologique, le harcèlement discriminatoire et le harcèlement sexuel.

Le harcèlement psychologique est une conduite vexatoire se manifestant par des comportements, des paroles, des écrits, des actes ou des gestes répétés qui sont hostiles ou non désirés, blessants ou injurieux d'une personne envers une autre et ayant pour effet de porter atteinte à la dignité ou à l'intégrité psychologique ou physique d'une personne et pouvant entraîner pour celle-ci un milieu de travail ou d'études néfaste. Ces conduites vexatoires peuvent être le fait d'une seule personne ou d'un groupe de personnes.

Le harcèlement discriminatoire est lié à l'un ou l'autre des motifs sur lesquels il est légalement interdit de discriminer (le sexe, l'identité ou l'expression de genre, la grossesse, l'orientation sexuelle, l'état civil, l'âge, la religion, les convictions politiques, la langue, l'origine ethnique ou nationale, la race, la couleur, la condition sociale, le handicap ou l'utilisation d'un moyen pour pallier ce handicap) ou un motif analogue.

Une seule conduite grave peut aussi constituer du harcèlement si elle porte une telle atteinte et produit un

effet nocif continu pour cette personne.

Situation pouvant mener à du harcèlement

Situation problématique qui met en jeu la dignité ou l'intégrité physique ou psychologique d'une personne et qui est susceptible de dégénérer jusqu'à devenir du harcèlement. C'est le cas notamment, mais non exclusivement, de l'abus de pouvoir ou d'autorité, du conflit et de l'incivilité. Pour éviter qu'une telle situation ne dégénère, elle doit être réglée de façon constructive, rapidement et avec respect afin de favoriser le mieux-être de chaque personne.

La politique s'applique à toute la communauté universitaire et aux partenaires externes en lien direct avec l'Université dans le cadre de leurs relations avec les membres de cette communauté. Elle s'applique à l'intérieur et à l'extérieur du campus, incluant les interactions exercées ou exprimées grâce à des moyens technologiques, tels les médias sociaux ou autres médias numériques. La politique vise également les personnes étudiantes dans le cadre de leurs activités d'apprentissage hors campus approuvées telles que les stages, en tenant compte des limites des capacités d'intervention de l'Université.

Pour plus d'information :

Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement (BIPH)
514 987-3000, poste 0886 ; harcelement@uqam.ca; harcelement.uqam.ca

Soutien psychologique (Services à la vie étudiante)
514 987-3185 ; vie-etudiante.uqam.ca

Service de la prévention et de la sécurité :
514 987-3131

RÈGLEMENT 18

SUR LES INFRACTIONS DE NATURE ACADÉMIQUE

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement.

Les infractions et les sanctions possibles reliées à ces infractions sont précisées aux articles 2 et 3 du Règlement no 18 sur les infractions de nature académique.

Vous pouvez également consulter des capsules vidéos sur le site r18.uqam.ca. Celles-ci vous en apprendront davantage sur l'intégrité académique et le R18, tout en vous orientant vers les ressources mises à votre disposition par l'UQAM pour vous aider à éliminer le plagiat de vos travaux.

INFOSPHÈRE

Infosphère est l'un de ces outils indispensables : un guide méthodologique visant à promouvoir les bonnes pratiques en matière de recherche documentaire et de rédaction de travaux. Cet outil vous accompagnera tout au long de vos études et vous permettra d'éviter les pièges du plagiat. Cliquez sur le logo à gauche pour être redirigé vers le site.

PLAGIAT Règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

- la substitution de personnes ;
- l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
- la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
- l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
- la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
- l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
- l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
- la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
- la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18

Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir :
www.integrite.uqam.ca