UQÀM **Faculté des sciences**
Université du Québec à Montréal

***Automne 2014***

# MAT 2700-030 Structures numériques

Yannic VARGAS
vargas_lozada.yannic@uqam.ca

bureau : PK-5151 (sur rendez-vous)

Cours: mercredi de 13:00 à 14:30 au SH-2140
jeudi de 9:00 à 10:30 au SH-2140

Démonstration : jeudi de 10:30 à 12:30 au SH-2140

# PLAN DE COURS

## *Objectifs*

Introduction structurée à l'arithmétique des entiers naturels, des nombres rationnels, des nombres négatifs, des nombres réels et éventuellement des nombres complexes, alimentée de réflexions épistémologiques, didactiques et pédagogiques. S'il réussit le cours, l'étudiant devrait avoir :

- approfondi sa connaissance des systèmes de nombres ;
- développé des habiletés de communication et de raisonnement à ce sujet ;
- appris à utiliser à bon escient le symbolisme, les définitions, les explications, les démonstrations ;
- amorcé une réflexion sur l'enseignement des divers concepts associés aux nombres.

## *Contenu*

1. Introduction à la logique
   Définitions de base, équivalences propositionnelles, prédicats et quantificateurs.
2. Les entiers naturels.
   Éléments de genèse historique et psychologique. Dénombrement, principe de conservation du nombre, systèmes de numération. L'écriture en base 10 ou selon d'autres bases. Addition, soustraction, multiplication, division dans : définitions, propriétés, interprétations. Critères de divisibilité. Principes d'induction, faible et forte. Preuves par induction (ou par récurrence). Divisibilité, pgcd et ppcm, algorithme d'Euclide. Nombres premiers, factorisation, théorème fondamental de l'arithmétique. À travers tout cela est amorcé un travail (de réflexion et d'acquisition) sur la démonstration mathématique, travail qui va se poursuivre pour toute la durée du cours.

3. Les entiers relatifs.

   Éléments de genèse historique et psychologique. L'ensemble des entiers relatifs : construction, extension des opérations usuelles, arguments divers motivant la « règle des signes » pour la multiplication, propriétés et opérations dans $\mathbb{Z}$, arithmétique dans $\mathbb{Z}$.

4. Les nombres rationnels.

   Éléments de genèse historique et psychologique. Le corps des nombres rationnels : propriétés et opérations, écriture décimale, périodicité, nombres irrationnels. Théorème d'irrationalité pour les racines d'entiers.

5. Les nombres complexes (sous réserve).

   Définition, opérations, propriétés, etc. Modèle géométrique : le plan complexe. Théorème fondamental de l'algèbre (énoncé). Retour sur la formule quadratique dans les complexes. Coordonnées polaires, forme polaire des complexes, interprétation géométrique de la multiplication complexe, l'opérateur $i$. Puissances et racines complexes, formule de De Moivre. Un coup d'oeil sur la formule d'Euler.

## *Modalités d'organisation*

Cours magistral, éventuellement entrecoupé d'exercices, où la participation active des étudiants est sollicitée. Séances d'exercices et de problèmes portant sur la matière des cours précédents. Les feuilles d'exercices et le matériel de cours seront disponibles sur Moodle (http://www.moodle.uqam.ca/coursv2)

## *Évaluations proposées*

Un examen de mi-session et un examen final pour 70% de la note finale (meilleur résultat pour 40% et l'autre pour 30%), ainsi que 2 devoirs de 15% chacun.

Dates prévisionnelles des examens (sous toute réserve) :

| Examen mi-session | Examen final |
|---|---|
| Groupe 30 | Groupe 30 |
| 23 octobre 2014 | 11 décembre 2014 |

## *Quelques ouvrages de référence*

Ebbinghaus, H.D. et Guénard, F . 1999. *Les nombres : Leur histoire, leur place et leur rôle de l'Antiquité aux recherches actuelles,* Vuibert.
Fraleigh, John B. 1982. *A First Course in Abstract Algebra.* 3e édition, Addison-Wesley.
Glaeser, G. 1981. *Épistémologie des nombres relatifs.* Recherches en Didactique des Maths, Vol. 2, n° 3, pp. 303-346.
Guedj, D. 1996. *L'empire des nombres.* Découvertes Gallimard. Gallimard.
Hardy, G. H. et E. M. Wright. 1954. *An Introduction to the Theory of Numbers.* Oxford University Press.
Ifrah, G. 1994. *Histoire universelle des chiffres : l'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul.* Bouquins (Paris). R. Laffont.
Labelle, Gilbert. 1974. *Introduction aux nombres complexes et applications.* Association mathématique du Québec.

### Les douze compétences professionnelles attendues des enseignants et des enseignantes du secondaire, selon le MELS

FONDEMENTS

1. Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.
2. Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante.

ACTE D'ENSEIGNER

3. Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
4. Piloter des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
5. Évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre.
6. Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.

CONTEXTE SCOLAIRE ET SOCIAL

7. Adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap.
8. Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement-apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel.
9. Coopérer avec l'équipe-école, les parents, les différents partenaires sociaux et les élèves en vue de l'atteinte du développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.
10. Travailler de concert avec les membres de l'équipe pédagogique à la réalisation des tâches permettant le développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.

IDENTITÉ PROFESSIONNELLE

11. S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.
12. Agir de façon éthique et responsable dans l'exercice de ses fonctions.

**À l'UQAM, nous ajoutons une compétence qui nous est propre :**

13. S'approprier la réalité pluriethnique de la société québécoise et de l'école montréalaise, se sentir réellement concerné dans ses actions pédagogiques, développer les compétences de l'éducation interculturelle.

## Niveaux de maîtrise attendus au regard des compétences professionnelles

| Compétence | Composantes visées | Niveau de développement | Modalité d'évaluation |
|---|---|---|---|
| **Compétence pivot**<br>**11. S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.** | Établir un bilan de ses compétences et mettre en œuvre les moyens pour les développer en utilisant les ressources disponibles. | Consolidation | Evaluation dans les deux examens du cours (35% chacun) ainsi que dans le travail d'approfondissement de fin de session (30%) |
| | Échanger des idées avec ses collègues quant à la pertinence de ses choix pédagogiques et didactiques. | Sensibilisation | Non explicitement évaluée |
| | Réfléchir sur sa pratique (analyse réflexive) et réinvestir les résultats de sa réflexion dans l'action. | Consolidation | Evaluation dans les deux examens du cours (35% chacun) ainsi que dans le travail d'approfondissement de fin de session (30%) |
| | Faire participer ses pairs à des démarches de recherche liées à la maîtrise des compétences visées dans le programme de formation et aux objectifs éducatifs de l'école. | Sensibilisation | Non explicitement évaluée |
| **Compétence pivot**<br>**1. Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.** | Situer les points de repère fondamentaux et les axes d'intelligibilité (concepts, postulats, méthodes) des savoirs de sa discipline afin de rendre possibles des apprentissages significatifs et approfondis chez les élèves. | Maîtrise | Evaluation dans les deux examens du cours (35% chacun) ainsi que dans le travail d'approfondissement de fin de session (30%) |
| | Prendre une distance critique à l'égard de la discipline enseignée | Consolidation | |
| | Établir des relations entre la culture seconde prescrite dans le programme de formation et celle de ses élèves | Sensibilisation | |
| | Transformer la classe en un lieu culturel ouvert à la pluralité des perspectives dans un espace de vie commun. | Sensibilisation | |
| | Porter un regard critique sur ses propres origines et pratiques culturelles et sur son rôle social. | Sensibilisation | |
| **2. Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante** | | Sensibilisation | Application de la politique départementale concernant le français. Une insistance particulière est mise sur les éléments terminologiques se rapportant au domaine visé. |

| Compétence secondaires | Composantes visées | Niveau de développement | Modalité d'évaluation |
|---|---|---|---|
| **3. Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.** | Appuyer le choix et le contenu de ses interventions sur les données récentes de la recherche en matière de didactique et de pédagogie. | Sensibilisation | Travaillée implicitement dans le cours mais ne fait l'objet ciblé d'aucun élément d'évaluation. |
| | Sélectionner et interpréter les savoirs disciplinaires en ce qui concerne les finalités, les compétences ainsi que les éléments de contenus du programme de formation. | Sensiblisation | |
| | Prendre en considération les préalables, les représentations, les différences sociales (genre, origine ethnique, socioéconomique et culturelle), les besoins et les champs d'intérêt particuliers des élèves dans l'élaboration des situations d'enseignement-apprentissage. | Sensibilisation | |
| | Anticiper les obstacles à l'apprentissage des contenus à faire apprendre. | Sensiblisation | |
| **7. Adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap.** | Favoriser l'intégration pédagogique et sociale des élèves qui présentent des difficultés d'apprentissage. | Sensibilisation | Travaillée implicitement dans le cours mais ne fait l'objet ciblé d'aucun élément d'évaluation. |
| | Présenter aux élèves des tâches d'apprentissage, des défis et des rôles dans le groupe-classe qui les font progresser dans leur cheminement. | Sensiblisation | |