UQÀM | Faculté des sciences

***Automne 2017***

# MAT 2700 – Structures numériques

Groupe 10 : lundi, de 13:00 à 14:30 ; local : SH-2140
mercredi, de 10:30 à 12:00 ; local : SH-2540
Exercices le lundi, de 15:00 à 17:00, au SH-2140

*Professeur :* Denis Tanguay bureau : PK-5830 ; tél. : 514-987-3000-2612#
*tanguay.denis@.uqam.ca*

*Auxiliaire d'enseignement* (exercices) *:* Stéphanie Sampson

# PLAN DE COURS

## *Objectifs*

Introduction structurée à l'arithmétique des entiers naturels, des nombres rationnels, des nombres négatifs, des nombres réels et des nombres complexes, alimentée de réflexions didactiques et pédagogiques. S'il réussit le cours, l'étudiant devrait avoir

- approfondi sa connaissance des systèmes de nombres ;
- développé des habiletés de communication et de raisonnement à ce sujet ;
- appris à utiliser à bon escient le symbolisme, les définitions, les explications, les démonstrations ;
- réfléchi sur l'enseignement des divers concepts associés aux nombres.

## *Contenu*

1. Les entiers naturels.
   Éléments de genèse historique et psychologique. Dénombrement, principe de conservation du nombre, écritures. L'écriture en base dix ou selon d'autres bases, les blocs multibases. Addition, soustraction, multiplication, division dans $\mathbb{N}$ : définitions, propriétés, interprétations. Critères de divisibilité. Principe d'induction. Preuves par induction (ou par récurrence). Divisibilité, pgcd et ppcm, algorithme d'Euclide. Nombres premiers, factorisation, théorème fondamental de l'arithmétique. À travers tout cela est amorcée un travail (de réflexion et d'acquisition) sur la ***démonstration mathématique***, travail qui va se poursuivre pour toute la durée du cours.
2. Les rationnels et les irrationnels positifs.
   La construction des rationnels comme classes d'équivalence de couples d'entiers. Fractions équivalentes, critère du produit croisé, fractions irréductibles, opérations avec les rationnels. L'ensemble $\mathbb{Q}^+$ via la mesure des segments : mesures rationnelle et décimale des segments. La périodicité des développements longs des rationnels, critère pour avoir des développements finis. Incommensurabilité des deux côtés du rectangle d'or, irrationalité du nombre d'or.

Incommensurabilité de la diagonale du carré avec son côté. Preuves de l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Théorème d'irrationalité pour les racines d'entiers, avec sa preuve.

3. Les nombres négatifs et les réels.
   Suites et convergence, développements infinis non périodiques comme limites de suites de rationnels, axiome de complétude, l'ensemble $\mathbb{R}^+$. Extension des opérations usuelles aux négatifs, arguments divers motivant la « règle des signes » pour la multiplication. L'ensemble $\mathbb{R}$, la droite numérique. Structures de groupe et de corps, propriétés des corps à la source de la règle des signes.
4. Les nombres complexes.
   Définition, opérations, propriétés, etc. Modèle géométrique : le plan complexe $\mathbb{C}$, l'opérateur *i*. Retour sur la formule quadratique dans les complexes. Coordonnées polaires, forme polaire des complexes, interprétation géométrique de la multiplication complexe, formule de De Moivre, puissances et racines complexes.

## *Modalités d'organisation*

Cours magistral, où la participation active des étudiants est sollicitée. Certaines activités de type « atelier » sont également prévues. Séance d'exercices à partir d'exercices et de problèmes qui portent sur la matière des cours précédents.

## *Bibliographie*

Les étudiants doivent se procurer les notes de cours en vente à la COOP des Sciences (niveau M du Pavillon Kennedy (~40 $). Elles sont également disponibles (sur demande à la COOP) sous la forme d'un fichier pdf.

### Quelques ouvrages de référence


Fraleigh, John B. 1982. *A First Course in Abstract Algebra*. 3e édition, Addison-Wesley.

Glaeser, Georges. 1981. Épistémologie des nombres relatifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 2, n° 3, pp. 303-346.

Ifrah, Georges. 1994. Histoire universelle des chiffres. Paris : Éditions Robert Laffont.

Labelle, Gilbert. 1974. *Introduction aux nombres complexes et applications*. Association mathématique du Québec.

Churchill, Ruel V. & Brown, James W. 1976. *Complex Variables and applications*. 3e édition, McGraw-Hill.

Hardy, Godfrey H. & Wright, Edward M. 1954 ; réédité en 2008. *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford University Press.

Piaget, Jean. 1991. *La genèse du nombre chez l'enfant*. 7e édition, Delachaux et Niestlé.


## *Évaluation proposée*

Trois examens, 35% les deux meilleurs, 30% le moins bon (individuellement).

**Les douze compétences professionnelles**
**attendues des enseignants et des enseignantes du secondaire, selon le MELS**

FONDEMENTS

1. Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.
2. Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante.

ACTE D'ENSEIGNER

3. Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
4. Piloter des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
5. Évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre.
6. Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.

CONTEXTE SCOLAIRE ET SOCIAL

7. Adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap.
8. Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement-apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel.
9. Coopérer avec l'équipe-école, les parents, les différents partenaires sociaux et les élèves en vue de l'atteinte du développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.
10. Travailler de concert avec les membres de l'équipe pédagogique à la réalisation des tâches permettant le développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.

IDENTITÉ PROFESSIONNELLE

11. S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.
12. Agir de façon éthique et responsable dans l'exercice de ses fonctions.

**À l'UQAM, nous ajoutons une compétence qui nous est propre :**

13. S'approprier la réalité pluriethnique de la société québécoise et de l'école montréalaise, se sentir réellement concerné dans ses actions pédagogiques, développer les compétences de l'éducation interculturelle.

---

Comme cours de mathématiques, le cours MAT2700, *Structures numériques*, cible principalement la compétence 1, et aussi dans une moindre mesure la compétence 2. En donnant à l'étudiant les bases d'une compréhension épistémologique de nombreux sujets mathématiques du secondaire, le cours permet également un travail indirect sur les compétences 3 et 7.

# RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de « tolérance zéro », la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.

Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables. Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le Règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante :

http://www.sciences.uqam.ca/decanat/reglements.php

Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.