UQÀM | Faculté des sciences

Automne 2016

MAT 2700 – Structures numériques

Groupe 10 : lundi, de 13:00 à 14:30 et mercredi, de 10:30 à 12:00. Local : SB-M220
Exercices le lundi, de 15:00 à 17:00, au SB-M220

Professeur : Denis Tanguay bureau : PK-5830 ; tél. : 514-987-3000-2612#
tanguay.denis@.uqam.ca

PLAN DE COURS

Objectifs

Introduction structurée à l'arithmétique des entiers naturels, des nombres rationnels, des nombres négatifs, des nombres réels et des nombres complexes, alimentée de réflexions didactiques et pédagogiques. S'il réussit le cours, l'étudiant devrait avoir

- approfondi sa connaissance des systèmes de nombres ;
- développé des habiletés de communication et de raisonnement à ce sujet ;
- appris à utiliser à bon escient le symbolisme, les définitions, les explications, les démonstrations ;
- réfléchi sur l'enseignement des divers concepts associés aux nombres.

Contenu

1. Les entiers naturels.
   Éléments de genèse historique et psychologique. Dénombrement, principe de conservation du nombre, écritures. L'écriture en base 10 ou selon d'autres bases, les blocs multibases. Addition, soustraction, multiplication, division dans $\mathbb{N}$: définitions, propriétés, interprétations. Critères de divisibilité. Principe d'induction. Preuves par induction (ou par récurrence). Divisibilité, pgcd et ppcm, algorithme d'Euclide. Nombres premiers, factorisation, théorème fondamental de l'arithmétique. À travers tout cela est amorcée un travail (de réflexion et d'acquisition) sur la ***démonstration mathématique***, travail qui va se poursuivre pour toute la durée du cours.
2. Les rationnels et les réels positifs.
   Relations d'équivalence et classes d'équivalence. La construction formelle des rationnels comme classes d'équivalence de couples d'entiers. L'ensemble $\mathbb{Q}^+$ via la mesure des segments : classes de congruences des segments, arithmétique des segments, opérations, etc. Mesures entière, rationnelle, décimale des segments. L'incommensurabilité de la diagonale du carré avec son côté. Preuves de l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Périodicité, nombres irrationnels. Théorème d'irrationalité pour les racines d'entiers. Suites et convergence, suites adjacentes. Développements infinis comme limites de suites de rationnels. L'ensemble $\mathbb{R}^+$. Les coupures de Dedekind.

3. Les nombres négatifs.
   Vecteurs et nombres orientés. Extension des opérations usuelles, arguments divers motivant la « règle des signes » pour la multiplication. L'ensemble $\mathbb{R}$, la droite numérique. Corps ordonnés, nombres algébriques et transcendants, corps algébriquement clos.
4. Les nombres complexes.
   Définition, opérations, propriétés, etc. Modèle géométrique : le plan complexe $\mathbb{C}$. Théorème fondamental de l'algèbre (énoncé). Retour sur la formule quadratique dans les complexes. Coordonnées polaires, forme polaire des complexes, interprétation géométrique de la multiplication complexe, l'opérateur *i*. Puissances et racines complexes, formule de De Moivre. Un coup d'oeil sur la formule d'Euler.

Modalités d'organisation

Cours magistral, où la participation active des étudiants est sollicitée. Certaines activités de type « atelier » sont également prévues. Séance d'exercices à partir d'exercices et de problèmes qui portent sur la matière des cours précédents.

Bibliographie

Des notes de cours manuscrites seront numérisées et envoyées aux étudiant(e)s avant chaque cours. Elles ou ils pourront ainsi les faire imprimer ou les garder comme fichiers de référence, sous format pdf. Certaines parties seront éditées (tapées).

Quelques ouvrages de référence

Fraleigh, John B. 1982. *A First Course in Abstract Algebra*. 3e édition, Addison-Wesley.

Glaeser, Georges. 1981. Épistémologie des nombres relatifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 2, n° 3, pp. 303-346.

Ifrah, Georges. 1994. Histoire universelle des chiffres. Paris : Éditions Robert Laffont.

Labelle, Gilbert. 1974. *Introduction aux nombres complexes et applications*. Association mathématique du Québec.

Churchill, Ruel V. & Brown, James W. 1976. *Complex Variables and applications*. 3e édition, McGraw-Hill.

Hardy, Godfrey H. & Wright, Edward M. 1954 ; réédité en 2008. *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford University Press.

Piaget, Jean. 1991. *La genèse du nombre chez l'enfant*. 7e édition, Delachaux et Niestlé.

Évaluation proposée

Trois examens, 35% les deux meilleurs, 30% le moins bon (individuellement).

Les douze compétences professionnelles
attendues des enseignants et des enseignantes du secondaire, selon le MELS

FONDEMENTS

1. Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.
2. Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante.

ACTE D'ENSEIGNER

3. Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
4. Piloter des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
5. Évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre.
6. Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.

CONTEXTE SCOLAIRE ET SOCIAL

7. Adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap.
8. Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement-apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel.
9. Coopérer avec l'équipe-école, les parents, les différents partenaires sociaux et les élèves en vue de l'atteinte du développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.
10. Travailler de concert avec les membres de l'équipe pédagogique à la réalisation des tâches permettant le développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.

IDENTITÉ PROFESSIONNELLE

11. S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.
12. Agir de façon éthique et responsable dans l'exercice de ses fonctions.

À l'UQAM, nous ajoutons une compétence qui nous est propre :

13. S'approprier la réalité pluriethnique de la société québécoise et de l'école montréalaise, se sentir réellement concerné dans ses actions pédagogiques, développer les compétences de l'éducation interculturelle.

Comme cours de mathématiques, le cours MAT2700, *Structures numériques*, cible principalement la compétence 1, et aussi dans une moindre mesure la compétence 2. En donnant à l'étudiant les bases d'une compréhension épistémologique de nombreux sujets mathématiques du secondaire, le cours permet également un travail indirect sur les compétences 3 et 7.

RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de « tolérance zéro », la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.

Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables. Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le Règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante :

http://www.sciences.uqam.ca/decanat/reglements.php

Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.