Mat 2160: Analyse Complexe
Professeur: Olivier Collin, Bureau PK-5340, Courriel: collin.olivier@uqam.ca
Horaire: Lundi 11h–12h30 et Mercredi 9h–10h30 TP: Mercredi 10h30–12h30
Heures de consultation: Sur rendez-vous Lundi ou Vendredi 9h–11h.

Introduction
Ce cours est une introduction rigoureuse à l'étude des fonctions d'une variable complexe, où l'on sera particulièrement intéressé aux différences qu'il existe avec les fonctions réelles. En particulier, il se dégagera du cours que la théorie des fonctions d'une variable complexe est, en un sens, plus facile et plus élégante que la théorie développée dans le cas réel. Il sera utile de faire des rappels (suites, séries, topologie élémentaire, etc) en les plaçant dans le cadre du corps des nombres complexes. Ceci permettra de poser de bons fondements analytiques pour l'étude des fonctions d'une variable complexe.

Pré-requis
Le cours MAT1130 *Analyse I* est pré-requis et une bonne compréhension des notions qui y sont couvertes mèneront à une meilleure appréciation des notions discutées dans ce cours d'introduction à l'Analyse complexe.

Plan de cours

Chapitre 0 : Rappels sur les nombres complexes, suites, séries et continuité de fonctions d'une variable complexe

Chapitre I : Séries entières et fonctions analytiques
- Définitions élémentaires, séries de puissances.
- Principe des zéros isolés et prolongement analytique.
- Propriétés de dérivabilité des fonctions analytiques.
- Quelques fonctions remarquables.

Chapitre II : Fonctions holomorphes
- Equations de Cauchy-Riemann et caractère analytique des fonctions holomorphes.
- Théorème de Liouville, Théorème fondamental de l'Algèbre.
- Fonctions harmoniques, Principe du module maximum.

Chapitre III : Intégrales curvilignes, primitives
- Intégration le long des chemins.
- Homotopies de chemins et intégration des fonctions holomorphes.
- Problème des primitives, Théorème de Cauchy, groupe $H^1(\mathcal{U}, \mathbb{C})$.
- Indice d'un point, formulation homotopique du théorème de Cauchy, Théorème de Morera et conséquences.
- Théorèmes de Weierstrass et de Montel.

Chapitre IV : Points singuliers et fonctions méromorphes
- Fonctions holomorphes dans un anneau et séries de Laurent.
- Singularités, fonctions méromorphes, Théorème de prolongement de Riemann.
- Fonctions holomorphes sur la sphère de Riemann.
- Théorème des résidus et applications aux calculs d'intégrales.
- Théorèmes de Casorati-Weierstrass et de Picard.

Référence obligatoire

M. Audin, *Analyse Complexe*, version 2011. Notes de cours Licence de Mathématiques Université de Strasbourg.

Il est important de souligner que ces notes constituent la base du cours, mais que de nombreuses notions et explications complémentaires seront discutées en classe.

Références complémentaires
Il existe une multitude d'excellents textes couvrant cette matière classique en analyse mathématique. En voici trois que j'apprécie particulièrement:

L. Ahlfors, *Complex analysis*, McGraw-Hill (1979)
H. Cartan, *Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes*, Hermann (1961)
R. Remmert, *Theory of complex functions*, Springer-Verlag (1991)

Evaluation proposée
3 Devoirs comptant pour un total de 30%.
2 Examens comptant pour un total de 70% (selon la formule Max: 40% et Min:30%).