UQAM Département de mathématiques — Automne 2009
MAT2101-20 Algèbre linéaire II
Pierre Bouchard — Plan de cours.

Professeur: Pierre Bouchard — bouchard.pierre@uqam.ca
PK-5315 987-3000 3210# — bouchard.profpierre@gmail.com

Démonstrateur: Radu Cebanu
PK-5218 — radu_cebanu@yahoo.com

Horaire:

Ma	9:00–10:30	SH-2140	
Je	15:00–16:30	SH-2140	
Ma	10:30–12:30	SH-2140	(exercices)
Je	17:00–18:00	SH-2140	(exposés libres sur sujets liés au cours)

Objectifs.

Le présent cours se veut un approfondissement des méthodes et des concepts de l'algèbre linéaire; une introduction aux méthodes de l'algèbre multilinéaire, notamment aux tenseurs et à l'algèbre tensorielle, aux p-vecteurs et à l'algèbre extérieure ainsi qu'à l'algèbre symétrique; une introduction aux méthodes des moindres carrés vues du point de vue de l'algèbre linéaire.

Modalités d'organisation.

Le cours consistera en des exposés et des exercices et problèmes résolus en classe. L'accent sera mis sur la compréhension et l'utilisation des concepts et résultats, sans négliger les démonstrations.

Il pourra y avoir quelques séances en laboratoire, notamment pour se familiariser avec le logiciel de calcul formel `Sage` qu'on peut se procurer gratuitement en allant à `http://www.sagemath.org/`.

On fournira régulièrement des feuilles d'exercices. Le texte du présent plan et des exercices sont également disponibles sur moodle `http://www.moodle.uqam.ca/`.

La séance hebdomadaire d'exercices donne l'occasion de poser au démonstrateur des questions sur les exercices distribués en classe ainsi que tout autre question en rapport avec la matière du cours. **On suppose qu'un travail a déjà été fait sur les exercices avant le début de la séance d'exercices.**

Vu les risques d'absence pour grippe A H1N1 et grippe hivernale, et afin de permettre aux absents de pouvoir suivre le cours, on mettra aussi en ligne les notes du cours.

En plus du cours et des exercices, il y aura des exposés libres le jeudi après le cours, portant sur de la matière complémentaire. Par exemple qu'est-ce qu'une catégorie, qu'est-ce qu'une somme directe, un produit direct dans une catégorie, limites inductives et limites projectives dans les catégories avec des exemples qu'on connaissait déjà; démonstration du fait que tout espace vectoriel (même de dimension infinie) admet une base, tenseurs utilisés en physique; modules. Applications à la description des représentations linéaires de groupes, etc.

Méthodes et critères d'évaluation adoptés le 8 septembre 2009.

L'évaluation se fera d'abord et avant tout par des examens.. Ceux-ci comporteront au moins 75% de problèmes du type de ceux fournis en exercices et pourront comporter une partie orale.

Il y aura aussi des travaux pratiques individuels (devoirs) à remettre durant la session. On insistera beaucoup sur la qualité de ces derniers: ils doivent être **clairs**, dans un français intelligible et rédigés comme si vous écriviez à une personne qui ne connaît pas d'avance les réponses aux questions. Les auteurs des travaux pratiques pourront être invités à expliquer oralement leurs solutions.

Examens (40 % chacun).

1. le mardi 27 octobre 2009 de 9 h 00 à 12 h 00.
2. le mardi 22 décembre 2009 de 9 h 00 à 12 h 00.

Devoirs (10 % chacun).

1. à remettre le jeudi 15 octobre 2009 à 15 h.
2. à remettre le jeudi 15 décembre 2009 à 15 h.

Compte tenu des mesures académiques à prendre en cas d'une éventuelle pandémie de la grippe A (H1N1), l'entente d'évaluation pourrait devoir être rouverte afin d'assurer aux étudiants que les objectifs du cours soient atteints. La Commission des études donnera les consignes à cet effet, en temps opportun

Conformément aux politiques facultaires et départementales, un pourcentage négatif allant jusqu'à 2% de la note totale pourra être attribué contre l'orthographe ou la syntaxe mauvaises.

On proposera aussi des thèmes d'exercices (sortes de petits travaux de session en eux-mêmes) qu'il sera possible de développer en lieu et place d'un devoir.

Contenu.

0. Rappels d'algèbre linéaire. (Espaces vectoriels, applications linéraires, bases, matrice d'une application linéraire relativement à des bases données. Produit scalaire, produit vectoriel.)
1. Opérations sur les espaces vectoriels ou comment faire de nouveaux espaces vectoriels avec d'autres: somme de sous-espaces, quotient d'un espace par un sous-espace, somme directe (interne, externe), produit direct et leurs bases en fonction des bases des espaces de départ.
2. Polynôme caractéristique, polynôme minimal d'un endomorphisme d'espace vectoriel de dimension finie (et de la matrice correspondante).
3. Sous-espaces propres d'un endomorphisme d'espace vectoriel de dimension finie. Recherche d'une base qui va donner la matrice la plus simple possible. Caractérisation des matrices diagonalisables.
4. Opérateurs nilpotents. Décomposition en somme directe de sous-espaces invariants (sous l'action de l'opérateur). Diviseurs élémentaires. Forme canonique rationnelle. Forme de Jordan (étude des cas où elle existe). Application au calcul de l'exponentielle d'une matrice.
5. Formes linéraires, espace dual, base duale, transposée d'une application linéaire et de la matrice correspondante.
6. Formes multilinéaires, formes symétriques, formes alternées. Caractérisations du déterminant d'un endomorphisme.
7. Produit tensoriel.
8. Algèbres tensorielles, symétriques, extérieures.
9. Formes bilinéaires, formes quadratiques et leur classification dans le cas réel ou complexe. Produits scalaires.
10. Critère des mineurs principaux croissants. Orthogonalité. Espaces euclidiens et préhilbertiens. Formes sesquilinéraires, formes hermitiennes.
11. Méthodes des moindres carrés.

Bibliographie.

0. Dummit, David S. et Foote, Richard M., *Abstract Algebra*, Wiley, 1999.
   QA161.D85 1999 ISBN 0-471-36857-1
   C'est le livre fortement recommandé pour le cours. Il a l'avantage de contenir de très nombreux exemples résolus et exercices et de couvrir aussi une bonne partie de la matière des cours Algèbre I et II, Théorie des représentations, Théorie de Galois, Géométrie algébrique, Algèbre (de maîtrise), en plus de contenir un peu de théorie des ensembles (lemme de Zorn) et de théorie des catégories en appendice. Ce serait donc un achat très intéressant.
1. Leroux, Pierre, *Algebre linéaire : une approche matricielle*, Modulo, Montréal, 1983.
   QA188L47 ISBN 2-89113-201-7
2. Lipschutz, Seymour, *Algèbre linéaire, Cours et problèmes*, (Série Schaum) McGrawHill, Paris, 1977.
   QA251L5414 ISBN 007-084-394-5
3. Lipschutz, Seymour, *Algèbre linéaire II, 1000 problèmes résolus*, (Maxi Schaum) McGrawHill, Paris, 1977.
   ISBN 2-7042-1238-4
4. Lipschutz, Seymour, *3000 solved problems in linear algebra*, (Schaum's solved problems series), McGraw Hill, Montréal, 1979.
   QA184.5L56 ISBN
5. Hoffman, Kenneth et Kunze, Ray, *Linear Algebra*, Printice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.
   QA251H67 1971 ISBN
6. Strang, Gilbert, *Linear Algebra and Its Applications*, Academic Press, New York, 1980.
   QA184S76 1980 ISBN 0-12-673660-X
7. Bourbaki, Nicolas, *Algèbre*, Hermann, Paris, 1980. Particulièrement les chapitres 2 et 3
8. MacLane, Saunders et Birkhoff, Garrett. *Algebra*, Macmillan, New York, 1967.
   QA162M26 ISBN