Mat 2030: Introduction à la Géométrie
Professeur: Olivier Collin, Bureau PK-5340, Courriel: collin.olivier@uqam.ca
Horaire: Lundii 13h30–15h et Mercredi 13h30–15h ; TP: Lundi 15h–17h
Heures de disponibilité: Après les cours ainsi que Mercredi 10h-12h ou sur rendez-vous

Introduction:
La géométrie est certainement le domaine le plus vieux des mathématiques. Les Grecs anciens considéraient son étude comme une condition nécessaire à la compréhension du monde et l'on pouvait lire a l'entrée de l'Ecole d'Athènes *"Nul n'entre ici s'il n'est géomètre"*. Au fil des siècles, le domaine s'est tellement étendu qu'il faut maintenant plusieurs cours au baccalauréat pour aborder, même de façon élémentaire, les différentes branches du sujet.
Ce cours se veut une introduction au domaine et il y a plusieurs façons de procéder. Un tel cours sert souvent à présenter la géométrie pure, une approche qui a la particularité de n'utiliser que minimalement des outils provenant d'autres domaines. Il peut toutefois être intéressant de placer la géométrie dans un contexte plus général des mathématiques, où l'algèbre et l'algèbre linéaire viennent jouer un rôle important, sans pour autant perde la saveur géométrique du sujet. Une telle approche remonte au moins à Descartes (1596–1650), créateur de la géométrie analytique, et nous mènera naturellement au point-de-vue de Klein (1849–1925) sur les différents types de géométries. Les étudiants qui voudront alors poursuivre leur étude de ce sujet auront un bon bagage pour ce faire.

Pré-requis et travail requis: Une certaine familiarité avec les bases de l'algèbre linéaire (MAT1203 Algèbre Linéaire I). Pour bien saisir les idées présentées dans ce cours, l'étudiant(e) doit s'attendre à travailler efficacement pendant *au moins 3 à 5 heures* par semaine en moyenne, à l'extérieur des heures de cours et travaux pratiques.

Plan de cours:

Chapitre I: Algèbre linéaire et géométrie
- Espace vectoriel $\mathbb{R}^n$ et transformations linéaires.
- Groupes de transformations linéraires.

Chapitre II: Géométrie affine
- Transformations affines et projections parallèles.
- Théorème fondamental des affinités et applications.
- Coniques et leur classification affine.

Chapitre III: Géométrie projective
- Le plan projectif, droites prejectives.
- Transformations projectives et Théorème fondamental.
- Le birapport comme invariant projectif.
- Quelques théorèmes classiques.

Chapitre IV: Géométrie inversive
- Notion d'inversion dans le plan.
- Le plan complexe et ses transformations, le plan complété et la sphère de Riemann.
- Les transformations des Möbius et le groupe d'inversions.
- Théorème fondamental de la Géométrie inversive.
- Applications.

Chapitre V: Géométrie hyperbolique
- Peut-on se passer du postulat des parallèles d'Euclide?
- Le disque de Poincaré et les droites hyperboliques.
- Transformations du plan hyperbolique.
- Distance et trigonométrie hyperbolique.
- Le modèle du demi-plan.
- Théorèmes géométriques.

Livre de référence:
D. Brannan, M. Esplen, J. Gray, *Geometry*, Cambridge University Press.

Ce livre est très fortement recommandé car il servira de base pour le cours. Il sera disponible à la librairie du Pavillon des Sciences.

Un résumé des résultats démontrés en cours - en format PDF - sera par ailleurs disponible au fil des chapitres pour aider les étudiants.

Evaluation proposée:
2 Devoirs comptant pour un total de 20%.
2 Examens Intra comptant pour un total de 40%.
1 Examen Final comptant pour 40%.