UQÀM

Département de mathématiques **Hiver 2022**

MAT2005 : Algèbre linéaire et géométrie vectorielle
Groupe 20

- Professeur responsable : Luis Saldanha (Local PK-5415, saldanha.luis@uqam.ca, poste 1319)
- Lieu et horaire du cours : SH-3320, mardi de 9h à 10h30 et jeudi de 14h à 15h30
- Lieu et horaire des séances d'exercice : SH-3320, mardi de 10h30 à 12h30
- Auxiliaire d'enseignement : Kassim Bamba (bamba.kassim@courrier.uqam.ca)
- Site du cours : https://www.moodle.uqam.ca
- **Prérequis : Un cours d'algèbre linéaire de niveau CEGEP ou équivalent**
- **Veuillez noter : Il n'y aura pas de cours dans la semaine du 14 mars** (en raison de Stage I)

PLAN DE COURS

1. Objectifs des apprentissages

- Introduire aux calculs vectoriel et matriciel, à l'algèbre linéaire et à la géométrie vectorielle. Synthétiser en abordant les bases de la théorie mathématique sous-jacente (notions d'*espace vectoriel*, de *combinaison linéaire*, de *base*, de *coordonnées selon une base*, de *dimension*, de *transformation linéaire*, etc.)
- Motiver par diverses applications, notamment les fondements mathématiques de l'infographie : comment calculer en coordonnées l'image (d'un point, d'un vecteur, d'une droite, d'un plan) par application d'une rotation, d'une réflexion ou d'une projection orthogonale dans l'espace.
- Développer l'habileté à la visualisation géométrique des objets rectilignes dans l'espace à 2 ou 3 dimensions. Faire pressentir comment s'effectue le passage à un espace de dimension quelconque.
- Développer la capacité à passer d'un cadre à l'autre parmi les cadres : de la géométrie *euclidienne* (ou synthétique), de la géométrie *analytique*, de la géométrie *vectorielle*.
- Développer la capacité à passer d'un registre de représentation à l'autre parmi les registres conventionnels et de comprendre l'équivalence entre les objets/idées sous-jacents étant représentés : par exemple, des systèmes d'équations linéaires représentés en tant que des collections de droites ou plans dans l'espace, et en termes des vecteurs et des matrices.

2. Contenu mathématique

i. Systèmes d'équations linéaires, écriture sous forme matricielle et vectorielle. Systèmes équivalents, opérations élémentaires de lignes, matrices lignes-équivalentes et lignes-réduites-échelonnées. Matrices élémentaires et compilateur. Algorithme de Gauss-Jordan, calcul des matrices inverses et résolution des systèmes. Solution d'un système à n inconnus écrite sous forme paramétrique. Interprétation comme sous-espace affine de $\mathbb{R}^n$. Application : intersections de droites et de plan dans l'espace.

ii. Vecteurs dans le plan et l'espace, géométriquement et algébriquement : définition, opérations, produit d'un vecteur par un scalaire, combinaisons linéaires, dépendance et indépendance linéaire, bases de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$. Produits scalaire, vectoriel et mixte : définition, propriétés et interprétation géométrique ; angle entre deux vecteurs, formule de projection. La droite et le plan dans l'espace : équations algébriques et expressions paramétriques ; positions relatives, angles et distances.

iii. Matrices : définition, opérations (addition, multiplication par un scalaire, produit matriciel, exponentiation, transposition). Matrices carrées, triangulaires, diagonales. Matrices inverses. Déterminants. Orientation d'une base et aire-volume du parallélotope engendré. Liens avec le produit mixte et l'inversion matricielle.

iv. Espaces vectoriels abstraits : définition et propriétés. Exemples : $\mathbb{R}^n$, espaces de matrices, de polynômes ; Sous-espaces, sous-espaces engendrés, indépendance linéaire, bases, dimension. Coordonnées selon une base et matrices de changement de bases. (Si le temps permet : Bases orthonormées, orthonormalisation, matrices orthonormales.) Transformations linéaires ; leurs représentations matricielles. Application au calcul en coordonnées de l'effet des rotations, réflexions et projections dans l'espace.

Calendrier hebdomadaire provisoire[1] :

Semaine	**Matière à abordée**
1. 11/13 janv.	Systèmes d'équations linéaires. Méthode de réduction de Gauss et formes échelonnées.
2. 18/20 janv.	Équations vectorielles, ensembles de générateurs et liens avec des systèmes linéaires.
3. 25/27 janv.	Représentation matricielle de systèmes linéaires. Ensemble de solutions de systèmes linéaires.
4. 1/3 fév.	Ensemble de solutions de systèmes linéaires (suite) et concepts associés.
5. 8/10 fév.	Examen 1. Indépendance/dépendance linéaires des vecteurs.
6. 15/17 fév.	Indépendance/dépendance linéaires des vecteurs. Bases et dimension. Introduction au concept d'application linéaire.
7. 22/24 fév.	Concept d'application linéaire (suite). Matrice canonique d'une application linéaire.
8. 1/3 mars	Matrices et opérations matricielles. L'inverse d'une matrice.
9. 8/10 mars	L'inverse d'une matrice (suite). Caractérisations des matrices inversibles.
15/17mars	SEMAINE DE STAGES : PAS DE COURS
10. 22/24 mars	Examen 2. Introduction au déterminant.
11. 29/31 mars	Propriétés du déterminant. Introduction aux espaces et sous-espaces vectoriels de R^n.
12. 5/7 avril	Sous-espaces vectoriels (suite). Noyau et image d'une matrice. Retour sur les concepts de générateurs, indépendance linéaire, bases et dimension.
13. 12/14 avril	Coordonnées selon une base et matrices de changement de bases.
14. 19/21 avril	Révision. Examen 3.

3. Modalités d'organisation

Un hybride de cours magistraux, où la participation active des étudiants est cependant sollicitée, et d'activités d'exploration et de découverte au besoin. La participation aux séances d'exercices est très fortement recommandée.

[1] Sous réserve de modifications à la discrétion du professeur.

4. Matériels

Manuel obligatoire
Lay, D. C., Lay, S. R, et McDonald, J. J (2017). *Algèbre linéaire et applications.* 5e édition. ERPI, Montréal.

Notes de cours
La matière mathématique du cours suivra plus ou moins l'ordre présenté dans le manuel. Un calendrier détaillé de la matière et des problèmes de devoirs sera affiché sur le site moodle du cours, ce qui sera mis à jour chaque semaine (https://www.moodle.uqam.ca). Les notes de cours seront disponibles pour télécharger à partir du site moodle soit la soirée ou le matin avant chaque cours.

5. Évaluation

Regime d'évaluation
Votre note finale dans le cours sera la meuilleur des deux options suivantes :

1) 3 examens passés individuellement en classe pour un poids total de 90%, ainsi que 7 à 9 devoirs pondérés de 10% en total. Les deux meilleurs examens seront pondérés de 33%, le moins bon sera pondéré de 24%.
2) 3 examens passés individuellement en classe, pondérés de 100%. Les deux meilleurs examens seront pondérés de 37%, le moins bon sera pondéré de 26%

La matière abordée dans chaque composante ainsi que les dates proposées pour les examens sont comme suit :

Composante	Pondération	Matière abordée	Date proposée
Devoirs[2]	10% (0%)	hebdomadaire	(bi)hebdomadaire (approx.)
*Examen 1	24% (26%) ou 33%(37%)	semaines 1 à 4	10 février
*Examen 2	24% (26%) ou 33%(37%)	semaines 5 à 9	22 ou 24 mars
*Examen 3	24% (26%) ou 33%(37%)	semaines 10 à 13	21 avril

*La durée et le lieu des examens sont sujets à modification en fonction de la prolongation de l'enseignement à distance mandaté par l'université.

Critères d'évaluation
Au-delà de la capacité à résoudre correctement des problèmes et questions assignés, les critères d'évaluation pour le travail sur les trois examens comprendront notamment les aspects suivants :

- La capacité à interpréter et à donner du sens correctement aux expressions, calculs, procédures, et aux représentations graphiques et divers concepts ou techniques à l'étude. Ceux-ci seront évalués par votre capacité à donner des explications claires et cohérentes sur la signification des expressions, des calculs, des procédures, etc., et par votre capacité à expliquer clairement le sens de certains concepts ou techniques et pourquoi leur utilisation est justifiée dans certains contextes.

[2] Les devoirs doivent être soumis en format numérique sur le site web du cours. Un solutionnaire pour chaque devoir sera affiché sur le site après l'heure limite de soumission.

- Une emphase sera mise sur la cohérence conceptuelle entre les idées développées dans le cours, ce qui veut dire que la compréhension des liens fondamentaux entre ces idées et la capacité à les expliquer/communiquer clairement est exigée et sera évaluée à travers les trois examens.

Les aspects ci-dessus sont particulièrement importants, compte tenu du rôle de ce cours disciplinaire dans le programme BES-Math et de l'importance pour des futurs enseignants de raisonner et de communiquer de manière cohérente sur le sujet avec leurs futurs élèves du secondaire.

Remarques importantes :

i) Les démonstrations mathématiques (c.-à-d. des preuves) sont abordées et exigées dans le cours et dans les examens.

ii) Contrairement au cours d'algèbre linéaire typiquement suivi au CEGEP, MAT 2005 met l'accent principalement sur la compréhension et la cohérence des concepts plutôt que sur des calculs et procédures.

Note : La note de passage dans le cours est de 60%.

Notation

La note littérale au cours sera déterminée selon les correspondances suivantes :

Note (%)	**≤ 59**	**60-63,4**	**63,5-67,4**	**67,5-70,4**	**70,5-73,4**	**73,5-77,4**	**77,5-80,4**	**80,5-84,4**	**84,5-88,4**	**88,5-91,4**	**91,5-95,4**	**≥ 95,5**
Cote	**E**	**D**	**D +**	**C –**	**C**	**C+**	**B –**	**B**	**B +**	**A –**	**A**	**A+**

6. Ressources de référence

Les préalables de niveau collégial, qui couvrent cependant une bonne partie de la matière :

- Beaudoin, G. 1998. *Math 105.* Les Éditions BL, Montréal.
- Anton, H. 1993. *Algèbre linéaire.* Adaptation québécoise de Jean-Yves Pelletier. Les éditions Reynald Goulet, Ottawa.

Niveau universitaire :

- Leroux, P. 1983. *Algèbre linéaire : une approche matricielle*. Modulo Éditeur. Ville Mont-Royal.
- Anton, H. et Rorres, C. 7^{e} édition : 1994. *Elementary Linear Algebra : Applications Version.* John Wiley & Sons, New-York.

Articles mathématico-didactiques sur le sujet :

- Tanguay, D. *L'enseignement des vecteurs.* Bulletin AMQ, Vol. XLII, n°4 (déc. 2002), pp. 36-47.
- Tanguay, D. *Démonstrations géométriques et vecteurs.* Revue *Envol,* n°120 (juillet-août-septembre 2002), pp. 45-48.

Plusieurs outils de calcul et de visualisation sont disponibles gratuitement sur l'internet :

- Voir l'onglet nommé « ressources internet » sur le site moodle du cours.

7. Politique concernant des absences à des examens

Les demandes pour passer un examen de remplacement en raison d'une maladie ou d'autre circonstance sérieuse pouvant justifier votre absence à un examen prévu doivent être soumises formellement au département de mathématiques, non pas au professeur. Telles demandes doivent être accompagnées par des documents justificatifs (billet médicale officiel ou autre document officiel). Un examen manqué sans remplacement sera attribué une note de zéro.

8. Politique concernant des mesures d'aménagements académiques

Étudiants ayant une déficience de type visuelle, auditive, motrice, trouble d'apprentissage, trouble envahissant du développement et trouble de santé mentale

Les étudiants qui ont une lettre *d'Attestation des mesures d'aménagements académiques* obtenue auprès d'un conseiller de **l'Accueil et soutien aux étudiants en situation de handicap (ASESH)** doivent rencontrer leur professeur au début de la session afin que des mesures d'aménagements en classe ou lors des évaluations puissent être mises en place. Ceux qui ont une déficience ou une incapacité mais qui n'ont pas cette lettre doivent contacter l'**ASESH** au 514-987-3148 ou se présenter au local AB-2300 le plus tôt possible.

9. Politique concernant le plagiat

Règlement n^{o} 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement.

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

- la substitution de personnes ;
- l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de
- référence ;
- la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
- l'obtention par vol, manoeuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
- la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
- l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
- l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
- la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
- la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18. Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir : http://www.integrite.uqam.ca

10. Politique concernant le harcèlement sexuel

Politique n° 16 contre le harcèlement sexuel

Le harcèlement sexuel se définit comme étant un comportement à connotation sexuelle unilatéral et non désiré ayant pour effet de compromettre le droit à des conditions de travail et d'études justes et raisonnables ou le droit à la dignité.

La Politique n° 16 identifie les comportements suivants comme du harcèlement sexuel :
1. Manifestations persistantes ou abusives d'un intérêt sexuel non désirées.
2. Remarques, commentaires, allusions, plaisanteries ou insultes persistants à caractère sexuel portant atteinte à un environnement propice au travail ou à l'étude.
3. Avances verbales ou propositions insistantes à caractère sexuel non désirées.
4. Avances physiques, attouchements, frôlements, pincements, baisers non désirés.
5. Promesses de récompense ou menaces de représailles, implicites ou explicites, représailles liées à l'acceptation ou au refus d'une demande d'ordre sexuel.
6. Actes de voyeurisme ou d'exhibitionnisme.
7. Manifestations de violence physique à caractère sexuel ou imposition d'une intimité sexuelle non voulue.
8. Toute autre manifestation à caractère sexuel offensante ou non désirée.

Pour plus d'information :
instances.uqam.ca/ReglementsPolitiquesDocuments/Documents/Politique_no_16.pdf

Pour obtenir du soutien :

Pour rencontrer une personne ou faire un signalement :
Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement
514 987-3000, poste 0886
Pour la liste des services offerts en matière de violence sexuelle à l'UQAM et à l'extérieur de l'UQAM : harcelement.uqam.ca

CALACS Trêve pour Elles – point de services UQAM :
514 987-0348
calacs@uqam.ca
trevepourelles.org

Service de soutien psychologique (Services à la vie étudiante) :
514 987-3185
Local DS-2110

Service de la prévention et de la sécurité :
514 987-3131

Niveaux de maîtrise attendus en regard des compétences professionnelles selon le MELS

Comme tous les cours de mathématiques, le cours MAT2005, *Algèbre linéaire et géométrie vectorielle*, cible principalement les compétences **1 et 2**. En donnant à l'étudiant les bases d'une compréhension épistémologique de nombreux sujets liés à ceux abordés dans le parcours mathématique au secondaire, le cours permet également un travail *indirect* sur les compétences **3** et **7**, ces compétences n'étant cependant pas évaluées directement. La compétence **11** est touchée, mais non évaluée.

Compétence **Niveaux de maîtrise attendus**	**Niveau de développement attendu**	**Sommaire des modalités d'évaluation** **[Voir plus loin pour les éléments d'évaluation]**
Compétence 1 : Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.	**Niveau de développement attendu**	**Sommaire des modalités d'évaluation**
- *Comprendre les différents savoirs à enseigner (disciplinaires et curriculaires) de telle sorte qu'il puisse favoriser la création de liens significatifs chez l'élève;*	Maîtrise	- Toutes les composantes de l'évaluation : Les trois examens, les devoirs, et la participation en classe Par le biais de la connaissance du contenu, cette compétence est touchée mais non évaluée.
- *Manifester une compréhension critique des savoirs à enseigner de telle sorte qu'il puisse favoriser la création de liens significatifs chez l'élève;*	Sensibilisation	
Compétence 2 : Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession d'enseignant et d'enseignante.		
- *Maîtriser les règles et les usages de la langue orale et écrite de manière à être compris par l'ensemble de la communauté francophone ou anglophone;*	Maîtrise	- Au niveau de toutes les modalités d'évaluation, application de la politique départementale concernant le français. Une insistance

- *Exprimer dans une langue correcte avec l'aisance, la précision, l'efficacité et l'exactitude qui conviennent à ce que la société attend d'une professionnelle ou d'un professionnel de l'enseignement*	Sensibilisation	particulière est mise sur la maîtrise des éléments terminologiques se rapportant aux domaines des probabilités et des statistiques.
Compétence 3 : Concevoir des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.		
- *Concevoir correctement des activités d'enseignement-apprentissage variées et d'un niveau de complexité raisonnable permettant la progression des élèves dans le développement de leurs compétences*	Sensibilisation	Cette compétence n'est pas directement touchée, mais l'est indirectement par la connaissance de la structure mathématique des contenus.
Compétence 11 : S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel		
- *Repérer, comprendre et utiliser les ressources (littérature de recherche et littérature professionnelle, réseaux pédagogiques, associations professionnelles, banques de données) disponibles sur l'enseignement*	Sensibilisation	Cette compétence découle de l'effort et du sérieux que l'étudiant apporte à l'acquisition des connaissances dans ce cours. Elle est également touchée à travers le travail collectif de maîtrise des contenus. Elle n'est pas directement évaluée.
- *Préciser ses forces et ses limites, ainsi que ses objectifs personnels et les moyens pour y arriver*	Sensibilisation	
- *Mener une démarche d'analyse réflexive de manière rigoureuse sur des aspects précis de son enseignement*	Sensibilisation	