UQÀM

Département de mathématiques Hiver 2006

MAT 2005 Algèbre linéaire et géométrie vectorielle

groupe 40

jeudi, de 13:30 à 15:00

vendredi, de 9:00 à 10:30

exercices les vendredis, de 11 :00 à 13 :00

local : PK-2210

Pas de cours du 13 au 17 mars (Stage 1)

Professeur : Denis Tanguay bureau : PK-5830 ; tél. : 987-3000, poste 2612

tanguay.denis@uqam.ca

PLAN DE COURS

Objectifs

- Introduire aux calculs vectoriel et matriciel, à l'algèbre linéaire et à la géométrie vectorielle. Synthétiser en abordant les bases de la théorie mathématique sous-jacente (notions d'*espace vectoriel*, de *combinaison linéaire*, de *base*, de *coordonnées selon une base*, de *dimension*, de *transformation linéaire*, etc.)
- Motiver par diverses applications, notamment les fondements mathématiques de l'infographie : comment calculer en coordonnées l'image (d'un point, d'un vecteur, d'une droite, d'un plan) par application d'une rotation, d'une réflexion ou d'une projection orthogonale dans l'espace.
- Développer l'habileté à la visualisation géométrique des objets plans dans l'espace à 2 ou 3 dimensions. Faire pressentir comment s'effectue le passage à un espace de dimension quelconque.
- Développer la capacité à passer d'un cadre à l'autre parmi les cadres : de la géométrie *euclidienne* (ou synthétique), de la géométrie *analytique*, de la géométrie *vectorielle*. Orienter ces réflexions sur leurs conséquences possibles, du point de vue de l'enseignement de ces géométries au secondaire.

Contenu

1. Vecteurs dans le plan et l'espace, géométriquement et algébriquement : définition, opérations, produit d'un vecteur par un scalaire, combinaisons linéaires, dépendance et indépendance linéaire, bases de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$. Applications : barycentres, formule du point de partage, démonstrations avec les vecteurs. Produits scalaire, vectoriel et mixte : définition, propriétés et interprétation géométrique ; angle entre deux vecteurs, formule de projection. La droite et le plan dans l'espace : équations algébriques et expressions paramétriques ; positions relatives, angles et distances.

2. Matrices : définition, opérations (addition, multiplication par un scalaire, produit matriciel, exponentiation, transposition). Matrices carrées, triangulaires, diagonales. Matrices inverses. Déterminants des 2×2 et 3×3. Orientation d'une base et aire-volume du parallélotope engendré. Liens avec le produit mixte et l'inversion matricielle.
3. Systèmes d'équations linéaires : mise en contexte et exemples résolus par les méthodes « archaïques ». Écriture sous forme matricielle. Systèmes équivalents, opérations élémentaires de lignes, matrices lignes-équivalentes et lignes-réduites-échelonnées. Matrices élémentaires et compilateur. Algorithme de Gauss-Jordan, calcul des matrices inverses et résolution des systèmes. Solution d'un système à n inconnues écrite sous forme paramétrique. Interprétation comme sous-espace affine de $\mathbb{R}^n$. Application : intersections de droites et de plan dans l'espace.
4. Espaces vectoriels abstraits : définition et propriétés. Exemples : $\mathbb{R}^n$, espaces de matrices, de polynômes ; introduction aux nombres complexes comme espace vectoriel isomorphe à $\mathbb{R}^2$, muni d'un produit interne. Sous-espaces, sous-espaces engendrés, indépendance linéaire, bases, dimension. Coordonnées selon une base et matrices de changement de bases. Bases orthonormées, orthonormalisation, matrices orthonormales. Transformations linéaires ; leurs représentations matricielles. Application au calcul en coordonnées de l'effet des rotations, réflexions et projections dans l'espace.

Modalités d'organisation

Cours magistral, où la participation active des étudiants est cependant sollicitée.

Entente d'évaluation proposée

Deux devoirs de 5% chacun. Trois examens de 30% chacun.

Bibliographie

Les préalables de niveau collégial, qui couvrent cependant une bonne partie de la matière :

- Beaudoin, G. 1998. *Math 105.* Les Éditions BL, Montréal.
- Anton, H. 1993. *Algèbre linéaire.* Adaptation québécoise de Jean-Yves Pelletier. Les éditions Reynald Goulet, Ottawa.

Niveau universitaire :

- Leroux, P. 1983. *Algèbre linéaire : une approche matricielle*. Modulo Éditeur. Ville Mont-Royal.
- Anton, H. et Rorres, C. 7^e édition : 1994. *Elementary Linear Algebra : Applications Version.* John Wiley & Sons, New-York.

Plus théorique et avancé :

- Hoffman, K. et R. Kunze. 2^e édition : 1971. *Linear Algebra.* Prentice-Hall. Englewood Cliffs, New Jersey.
- Mac Lane, S. et G. Birkhoff. 1967. *Algebra.* The Macmillan Cie, New-York.

Articles mathématico-didactiques sur le sujet :

- Tanguay, D. *L'enseignement des vecteurs.* Bulletin AMQ, Vol. XLII, n°4 (déc. 2002), pp. 36-47.
- Tanguay, D. *Démonstrations géométriques et vecteurs.* Revue *Envol,* n°120 (juillet-août-septembre 2002), pp. 45-48.