UQÀM

Département de mathématiques Hiver 2005

MAT 2005 Algèbre linéaire et géométrie vectorielle

gr 11 groupe 11

professeur : Martin Ducharme
matheux@videotron.ca
local du cours: SH-3650

horaire : lundi, de 9h00 à 10h30,
vendredi, de 13h00 à 14h30
exercices de 15h00 à 17h00

PLAN DE COURS

Objectifs

- Introduire aux calculs vectoriel et matriciel, à l'algèbre linéaire et à la géométrie vectorielle. Synthétiser en abordant les bases de la théorie mathématique sous-jacente (notions d'*espace vectoriel*, de *combinaison linéaire*, de *base*, de *coordonnées selon une base*, de *dimension*, de *transformation linéaire*, etc.)
- Développer l'habileté à la visualisation géométrique des objets plans dans l'espace à 2 ou 3 dimensions.
- Développer la capacité à passer d'un cadre à l'autre parmi les cadres : de la géométrie *euclidienne* (ou synthétique), de la géométrie *analytique*, de la géométrie *vectorielle*.

Contenu

1. Vecteurs dans le plan et l'espace, géométriquement et algébriquement : définition, opérations, produit d'un vecteur par un scalaire, combinaisons linéaires, dépendance et indépendance linéaire, bases de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$. Applications. Produits scalaire, vectoriel et mixte : définition, propriétés et interprétation géométrique ; angle entre deux vecteurs, formule de projection. La droite et le plan dans l'espace : équations algébriques et expressions paramétriques ; positions relatives, angles et distances.
2. Matrices : définition, opérations (addition, multiplication par un scalaire, produit matriciel, exponentiation, transposition). Matrices carrées, triangulaires, diagonales. Matrices inverses. Déterminants des 2×2 et 3×3. Orientation d'une base et aire-volume du parallélotope engendré. Liens avec le produit mixte et l'inversion.
3. Systèmes d'équations linéaires : mise en contexte et exemples résolus par les méthodes « archaïques ». Écriture sous forme matricielle. Systèmes équivalents, opérations élémentaires de lignes, matrices lignes-équivalentes et lignes-réduites-échelonnées. Algorithme de Gauss-Jordan, calcul des matrices inverses et résolution des systèmes. Solution d'un système à n inconnues écrite sous forme paramétrique. Interprétation

comme sous-espace affine de $\mathbb{R}^n$. Application : intersections de droites et de plan dans l'espace.

4. Espaces vectoriels abstraits : définition et propriétés. Exemples : $\mathbb{R}^n$, espaces de matrices, de polynômes ; introduction aux nombres complexes comme espace vectoriel isomorphe à $\mathbb{R}^2$, muni d'un produit interne. Sous-espaces, sous-espaces engendrés, indépendance linéaire. bases, dimension. Coordonnées selon une base et matrices de changement de bases. Bases orthonormées, orthonormalisation, matrices orthonormales. Transformations linéaires ; leurs représentations matricielles. Application au calcul en coordonnées de l'effet des rotations, réflexions et projections dans l'espace.

Modalités d'organisation

Cours magistral, où la participation active des étudiants est cependant sollicitée.

Entente d'évaluation proposée

(À confirmer) Deux devoirs de 5% chacun. ~~Trois examens de 30% chacun~~.

2 de 25%
1 de 30% - final

Bibliographie

Les préalables de niveau collégial, qui couvrent cependant une bonne partie de la matière :

- Beaudoin, G. 1998. *Math 105.* Les Éditions BL, Montréal.
- Anton, H. 1993. *Algèbre linéaire.* Adaptation québécoise de Jean-Yves Pelletier. Les éditions Reynald Goulet, Ottawa.

Niveau universitaire :

- Leroux, P. 1983. *Algèbre linéaire : une approche matricielle.* Modulo Éditeur. Montréal.
- Anton, H. et C. Rorres. 7^e édition : 1994. *Elementary Linear Algebra : Applications Version.* John Wiley & Sons, New-York.

Plus théorique et avancé :

- Hoffman, K. et R. Kunze. 2^e édition : 1971. *Linear Algebra.* Prentice-Hall. Englewood Cliffs, New Jersey.
- Mac Lane, S. et G. Birkhoff. 1967. *Algebra.* The Macmillan Cie, New-York.