UQÀM **Faculté des sciences**
Université du Québec à Montréal

Hiver 2013

MAT 2005 Algèbre linéaire et géométrie vectorielle

groupe 20

cours : mardi, de 9:00 à 10:30, jeudi, de 14:00 à 15:30

exercices : les mardis, de 10:30 à 12:30

local : PK-R220

Pas de cours du 11 au 15 mars (Stage 1)

Enseignant : Gérardo Da Ponte da_ponte.gerardo@uqam.ca

Auxiliaire d'enseignement : Gérardo Da Ponte

PLAN DE COURS

Objectifs

- Introduire aux calculs vectoriel et matriciel, à l'algèbre linéaire et à la géométrie vectorielle. Synthétiser en abordant les bases de la théorie mathématique sous-jacente (notions d'*espace vectoriel*, de *combinaison linéaire*, de *base*, de *coordonnées selon une base*, de *dimension*, de *transformation linéaire*, etc.)
- Motiver par diverses applications, notamment les fondements mathématiques de l'infographie : comment calculer en coordonnées l'image (d'un point, d'un vecteur, d'une droite, d'un plan) par application d'une rotation, d'une réflexion ou d'une projection orthogonale dans l'espace.
- Développer l'habileté à la visualisation géométrique des objets rectilignes dans l'espace à 2 ou 3 dimensions. Faire pressentir comment s'effectue le passage à un espace de dimension quelconque.
- Développer la capacité à passer d'un cadre à l'autre parmi les cadres : de la géométrie *euclidienne* (ou synthétique), de la géométrie *analytique*, de la géométrie *vectorielle*. Orienter ces réflexions sur leurs conséquences possibles, du point de vue de l'enseignement de ces géométries au secondaire.

Contenu

1. Vecteurs dans le plan et l'espace, géométriquement et algébriquement : définition, opérations, produit d'un vecteur par un scalaire, combinaisons linéaires, dépendance et indépendance linéaire, bases de R^2 et R^3. Applications : barycentres, formule du point de partage, démonstrations avec les vecteurs. Produits scalaire, vectoriel et mixte : définition, propriétés et interprétation géométrique ; angle entre deux vecteurs, formule de projection. La droite et le plan dans l'espace : équations algébriques et expressions paramétriques ; positions relatives, angles et distances.

2. Matrices : définition, opérations (addition, multiplication par un scalaire, produit matriciel, exponentiation, transposition). Matrices carrées, triangulaires, diagonales. Matrices inverses. Déterminants. Orientation d'une base et aire-volume du parallélotope engendré. Liens avec le produit mixte et l'inversion matricielle.
3. Systèmes d'équations linéaires, écriture sous forme matricielle. Systèmes équivalents, opérations élémentaires de lignes, matrices lignes-équivalentes et lignes-réduites-échelonnées. Matrices élémentaires et compilateur. Algorithme de Gauss-Jordan, calcul des matrices inverses et résolution des systèmes. Solution d'un système à *n* inconnues écrite sous forme paramétrique. Interprétation comme sous-espace affine de R^n. Application : intersections de droites et de plan dans l'espace.
4. Espaces vectoriels abstraits : définition et propriétés. Exemples : R^n, espaces de matrices, de polynômes ; introduction aux nombres complexes comme espace vectoriel isomorphe à R^2, muni d'un produit interne. Sous-espaces, sous-espaces engendrés, indépendance linéaire, bases, dimension. Coordonnées selon une base et matrices de changement de bases. Bases orthonormées, orthonormalisation, matrices orthonormales. Transformations linéaires ; leurs représentations matricielles. Application au calcul en coordonnées de l'effet des rotations, réflexions et projections dans l'espace.

Modalités d'organisation

Cours magistral, où la participation active des étudiants est cependant sollicitée.

Entente d'évaluation proposée

Trois examens, de 35% les deux meilleurs et de 30% le moins bon, individuellement.
Note de passage : au moins 50% sur le cumulatif des trois examens.

Bibliographie

Les préalables de niveau collégial, qui couvrent cependant une bonne partie de la matière :

- Beaudoin, G. 1998. *Math 105.* Les Éditions BL, Montréal.
- Anton, H. 1993. *Algèbre linéaire.* Adaptation québécoise de Jean-Yves Pelletier. Les éditions Reynald Goulet, Ottawa.

Niveau universitaire :

- Leroux, P. 1983. *Algèbre linéaire : une approche matricielle*. Modulo Éditeur. Ville Mont-Royal.
- Anton, H. et Rorres, C. 7e édition : 1994. *Elementary Linear Algebra : Applications Version.* John Wiley & Sons, New-York.

Plus théorique et avancé :

- Hoffman, K. et R. Kunze. 2e édition : 1971. *Linear Algebra.* Prentice-Hall. Englewood Cliffs, New Jersey.
- Mac Lane, S. et G. Birkhoff. 1967. *Algebra.* The Macmillan Cie, New-York.

Articles mathématico-didactiques sur le sujet :

- Tanguay, D. *L'enseignement des vecteurs.* Bulletin AMQ, Vol. XLII, n°4 (déc. 2002), pp. 36-47.
- Tanguay, D. *Démonstrations géométriques et vecteurs.* Revue *Envol*, n°120 (juillet-août-septembre 2002), pp. 45-48.

Niveaux de maîtrise attendus en regard des compétences professionnelles

Comme cours de mathématiques, le cours MAT2005, *Algèbre linéaire et géométrie vectorielle*, cible principalement les compétences **1** et **2**. En donnant à l'étudiant les bases d'une compréhension épistémologique de nombreux sujets mathématiques du secondaire, le cours permet également un travail indirect sur les compétences **3** et **7**, ces compétences n'étant cependant pas évaluées directement. La compétence **11** est touchée, mais non évaluée.

Compétence **Niveaux de maîtrise attendus**	**Niveau de développement attendu**	**Sommaire des modalités d'évaluation** **[Voir plus loin pour les éléments d'évaluation]**
Compétence 1 : **Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.**	**Niveau de développement attendu**	**Sommaire des modalités d'évaluation**
- *Comprendre les différents savoirs à enseigner (disciplinaires et curriculaires) de telle sorte qu'il puisse favoriser la création de liens significatifs chez l'élève;*	Maîtrise	Évalué dans les trois examens
- *Manifester une compréhension critique des savoirs à enseigner de telle sorte qu'il puisse favoriser la création de liens significatifs chez l'élève;*	Sensibilisation	Évalué dans les trois examens
Compétence 2 : **Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession d'enseignant et d'enseignante**.		
- *Maîtriser les règles et les usages de la langue orale et écrite de manière à être compris par l'ensemble de la communauté francophone ou anglophone;*	maîtrise	- Au niveau de toutes les modalités d'évaluation, application de la politique départementale concernant le français. Une insistance particulière est mise sur la maîtrise des éléments terminologiques propres à l'Algèbre linéaire et à la géométrie de l'espace.
- *Exprimer dans une langue correcte avec l'aisance, la précision, l'efficacité et l'exactitude qui conviennent à ce que la société attend d'une professionnelle ou d'un professionnel de l'enseignement*	Sensibilisation	
Compétence 3 : **Concevoir des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation**.		
- *Concevoir correctement des activités d'enseignement-apprentissage variées et d'un niveau de complexité raisonnable permettant la progression des élèves dans le développement de leurs compétences*	Sensibilisation	Cette compétence n'est pas directement touchée, mais elle l'est indirectement par la connaissance de la structure mathématique du contenu. Elle n'est pas évaluée.

Compétence 7: adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptations ou un handicap		
- Adapter ses interventions aux difficultés particulières des élèves	Sensibilisation	Cette compétence n'est pas touchée, si ce n'est à travers la connaissance de la structure mathématique du contenu, qui sensibilise aux difficultés que recèlent ce contenu). Elle n'est pas évaluée.
Compétence 11 : S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel		
- Repérer, comprendre et utiliser les ressources (littérature de recherche et littérature professionnelle, réseaux pédagogiques, associations professionnelles, banques de données) disponibles sur l'enseignement	Sensibilisation	Cette compétence découle de l'effort et du sérieux que l'étudiant apporte à l'acquisition des connaissances dans ce cours. Elle est également touchée à travers le travail collectif de maîtrise des contenus. Elle n'est pas directement évaluée.
- Préciser ses forces et ses limites, ainsi que ses objectifs personnels et les moyens pour y arriver	Sensibilisation	
- Mener une démarche d'analyse réflexive de manière rigoureuse sur des aspects précis de son enseignement		

Politique d'absence à un examen

Si vous vous absentez d'un examen pour une raison valable (maladie ou autre raison de force majeure) et désirez composer un examen différé, vous devez compléter un formulaire dans le 5 jours ouvrables suivant la date de l'examen. Veuillez consulter le site

Respect de l'intégrité académique

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de « tolérance zéro », la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.
Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables. Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le Règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante :

http://www.sciences.uqam.ca/decanat/reglements.php

Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.