Université du Québec à Montréal
Département de mathématiques

Automne 2011

PLAN DE COURS

MAT 2000 groupe 20, ALGÈBRE II

.....

Mardi et jeudi de 13h30 à 15h.
Séance d'exercices le mardi de 15h à 17h.
Professeur : LUC BÉLAIR.
BUREAU : PK-5330 ; tél. 987-3000, poste 8234 ; belair.luc@uqam.ca

---

Description du cours selon l'annuaire

Étude approfondie des concepts fondamentaux de l'algèbre. Anneaux, idéaux, idéaux engendrés. Anneaux de matrices. Corps de fractions d'un anneau intègre. Anneaux de polynômes et de séries formelles à une ou plusieurs indéterminées. Inversibilité sous la substitution. Anneaux factoriels. Éléments premiers, irréductibles, associés. Factorialité de tout anneau principal. Équations et variétés algébriques. Polynômes homogènes. Courbes et surfaces (théorème de Gauss). Résultant, théorème de Sturm et théorème des zéros de Hilbert. Anneaux noethériens: théorème de Hilbert sur les anneaux de polynômes. Groupes. Groupes quotients. Théorèmes d'isomorphie. Produit direct. Groupe libre. Présentation. Groupes abéliens finis: décomposition en produit de groupes cycliques. Action : orbites, stabilisateurs; action par translation, par conjugaison; centralisateur; classes de conjugaison; équation de classe; automorphismes. Applications: combinatoire, théorèmes de Sylow. Corps. Corps premiers. Extensions algébriques simples. Corps finis. Aperçu de la théorie de Galois.
Préalable : MAT 1006 Arithmétique et géométrie classique, Mat 1203 Algèbre linéaire I.

Contenu du cours Qu'allons-nous faire durant ce cours ?

L'algèbre est une branche très ancienne des mathématiques et occupe une place centrale. À l'origine elle s'intéresse à la résolution des équations faisant intervenir les quatre opérations élémentaires (+, -, x, ÷). La théorie des groupes est née au 19e siècle de l'étude de ces équations. Elle s'est ensuite révélée d'une importance fondamentale en mathématiques, par les liens qu'elle entretient avec le reste des mathématiques (géométrie, analyse, etc.).

Le cours sera axé sur les concepts fondamentaux de la théorie des groupes et les méthodes qui s'y rattachent. (voir l'échéancier ci-dessous)

Objectifs généraux Que vise ce cours ?
Vous faire acquérir les concepts, méthodes et résultats de base de la théorie des groupes.
Vous faire développer l'expression claire, correcte et précise de vos idées mathématiques.
Vous familiariser avec certains objets mathématiques de base.

Types d'activités d'enseignement

- À chaque séance il y aura un exposé avec questions et discussion. Vous serez appelé-e-s à lire les sections appropriées du manuel auparavant. Cette lecture fait partie du cours.
- Le cours aura un site internet dans le système MOODLE (**http://www.moodle.uqam.ca**). Il contiendra toute l'information reliée au cours (pages à lire, exercices, solutionnaires, etc.)
- Chaque semaine, une période d'exercices vous est réservée pendant laquelle un auxiliaire d'enseignement, M Yannick Vargas, sera là pour répondre à vos questions, vérifier vos solutions aux exercices et exposer les solutions d'exercices plus difficiles.
- Chaque semaine, **le lundi de 10h à 12h vous est réservé pour consultation individuelle à mon bureau**. En cas de difficulté d'horaire, n'hésitez pas à fixer un rendez-vous avec moi à un autre moment.

ÉCHÉANCIER APPROXIMATIF

Semaine 1. (6-8 sept.) Introduction, loi de composition interne, monoïdes, groupes, exemples classiques.

Semaine 2. (13-15 sept.) Table d'un groupe, règles de clacul, sous-groupes, ordre d'un élément, groupes finis et générateurs.

Semaine 3. (20-22 sept.) Le groupe symétrique, les groupes diédraux.

Semaine 4. (27-29 sept.) Morphismes de groupes, isomorphismes, groupes symétriques et théorème de Cayley.

Semaine 5. (4-6 oct.) Classes modulo un sous-groupe, théorème de Lagrange.

Semaine 6. (11-13 oct.) Application à l'arithmétique modulaire, sous-groupes normaux.

Semaine 7. (18-20 oct.) Groupe quotient, premier théorème d'isomorphisme. **EXAMEN 1** (18 oct.)

Semaine 8. (25-27 oct.) Sous-groupes d'un groupe quotient, groupes monogènes et cycliques.

Semaine 9. (1er-3 nov.) Produit direct interne de groupes, produit direct de groupes.

Semaine 10. (8-10 nov.) Structure des groupes abéliens finis.

Semaine 11. (15-17 nov.) Structure des groupes abéliens finis (suite).

Semaine 12. (22-24 nov.) Action d'un groupe sur un ensemble. Stabilisateur, orbite, action par conjugaison.

Semaine 13. (29 nov- 1er déc.) Théorèmes de Sylow.

Semaine 14. (6-8 déc.) Groupes des solides platoniciens.

Semaine 15. (13-15 déc.) **EXAMEN 2** (13 décembre)

ÉVALUATION

Voici les travaux que vous aurez à faire. La note de passage du cours est fixée à 60%.

(A) Description sommaire	Échéance	Pondération
- Devoirs	Hebdomadaire (environ 10)	15 %
- Exposé	Durant une séance d'exercices	5 %
- Examen 1	18 octobre (7e semaine)	35 %
- Examen 2	13 décembre (15e semaine)	45 %

(B) Description détaillée

Les devoirs

Pour bien comprendre ce cours il est important d'en maîtriser les techniques. Les devoirs hebdomadaires visent principalement ce but. Chacun comprend une question sur la matière vue durant la semaine. **Les devoirs peuvent être faits en équipe de deux (2) maximum**, les deux étudiant-e-s étant clairement identifié-e-s sur la copie.

Critères d'évaluation des devoirs

- Exactitude du raisonnement amenant à la solution
- exactitude des calculs
- jusqu'à 20% pourra être attribué à la rédaction: clarté, bon usage du langage mathématique, qualité du français (0,5% par faute).

Présentation matérielle des devoirs. Les devoirs doivent être faits sur des feuilles de **format 21,7cm x 28cm agrafées, sans couverture ni enveloppe d'aucun type.** Le **code permanent** de chaque étudiant-e doit apparaître sur la copie **en haut à droite**.

Remise des devoirs. **Les devoirs doivent être remis avant 17h à la date demandée.** Un solutionnaire de chaque devoir sera déposé dans Internet à la date de remise. Aucune copie ne pourra être acceptée une fois le solutionnaire dans Internet.

L'exposé

Les étudiants devront se regrouper en équipe de deux personnes. Chaque équipe devra présenter une fois durant la session à la séance d'exercices, un des exercices donnés pour la semaine en question. L'exercice à présenter sera choisi par le professeur. L'exposé est limité à trente minutes maximum. Chaque équipe désignera l'un de ses membres pour faire la présentation. La semaine assignée à chaque équipe sera tirée au hasard. Chaque équipe devra remettre, au moins un jour avant l'exposé, une solution écrite de l'exercice demandé et un plan de l'exposé.

Critères d'évaluation de l'exposé

- Exactitude mathématique
- clarté, bon usage du langage mathématique
- qualité de l'expression orale
- respect du temps alloué.

Les examens

Les examens sont de type traditionnel. **Aucune documentation ni calculatrice n'est permise**. Chaque étudiant doit présenter sa carte de l'UQAM. Le cas échéant, tout examen différé a lieu aux dates fixées par le Département de mathématiques. Le cas échéant, toute infraction de nature académique sera sanctionnée selon le règlement sur les infractions de nature académique en vigueur à la Faculté des sciences (voir http://www.sciences.uqam.ca/decanat/reglements.php).

Examen 1. Il porte sur la matière vue depuis le début jusqu'à une semaine avant l'examen. Durée: 2 heures (pendant la séance d'exercices; le cours qui précède sera écourté).

Examen 2. Il porte sur la matière vue depuis le début, jusqu'à une semaine avant l'examen, mais surtout celle vue depuis l'examen 1. Durée: 3 heures.

Critères d'évaluation des examens
- Exactitude du raisonnement amenant à la solution;
- Exactitude des calculs.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

MANUEL

MAT 2000 - ALGÈBRE II, recueil de notes de cours par L. Bélair et C. Hohlweg.

LECTURE RECOMMANDÉE

A.I. Kostrikin, *Introduction à l'algèbre,* Moscou, M.I.R., 1986 (QA 154.2 K 6714) (*).

J. Calais, *Éléments de théorie des groupes,* Paris, Presses Universitaires de France, 1984. (QA174.2C25) (*).

J.B. Fraleigh, *A first course in abstract algebra,* Addison-Wesley, 1994 (QA162F72) (*).

OUVRAGES GÉNÉRAUX

C. Hohlweg, *MAT1006 – Arithmétique et géométrie classique*, recueil de notes de cours, UQAM.
N. Jacobson, *Basic Algebra I*, New-York, W.H. Freeman, 1985. (QA 154.2 J 33.1985).
S. Lang, *Structures algébriques,* Paris, Inter Editions, 1976. (QA 251 L 2514).
G. Polya, *Comment poser et résoudre un problème*. Dunod, 1962. (QA11P614)

RENSEIGNEMENTS

- Le recueil *MAT 2000 - ALGÈBRE II,* est disponible à la COOP - UQAM (local permanent PK-R205)
- Les livres suivis d'une étoile (*) ont été mis en réserve à la Bibliothèque des sciences (Pavillon CO) et peuvent être consultés sur place.
- Les expressions entre parenthèses indiquent la cote des livres disponibles à la Bibliothèque des sciences.