Plan du Cours
MAT1260 Groupe 010 - Algèbre linéaire II

Hiver 2016
(du 9 janvier au 28 avril 2017)

Cours: lundi et vendredi, de 9h00 à 10h30, local SH-2120
Démos: vendredi, 10h30 à 12h30, local SH-2120

Professeur: Francesco Dolce

Bureau: PK-4130 (disponible sur rendez-vous)

Courriel: `francesco.dolce@lacim.ca`

Page internet du cours: `http://lacim.uqam.ca/~francesco.dolce/ens/1617/mat1260.php`

Auxiliare d'enseignement: Nadia Lafrenière (`nadia.l@lacim.ca`)

Objectifs du cours: Étude approfondie des espaces vectoriels et euclidiens de dimension finie et de leurs applications linéaires.

Contenu du cours: Espace vectoriel abstrait: sous-espaces engendrés, intersection, somme, dépendance linéaire, bases, dimension; somme directe de sous-espaces vectoriels. Applications linéaires: Noyau, image, théorème du rang, isomorphisme. Représentation matricielle, formule de changement de base. Notion d'application multilinéaire. Déterminant d'applications linéaires: le déterminant comme application multilinéaire alternée, propriétés fondamentales, invariance sous conjugaison, formule de Leibniz et unicité, développement de Laplace. Réduction des endomorphismes: polynôme caractéristique, sous-espaces propres et diagonalisation d'un endomorphisme, polynôme minimal, théorème de Cayley-Hamilton, sous-espaces caractéristiques et triangularisation des endomorphismes, nilpotence, forme de Jordan (énoncé et calculs explicites), exponentielle de matrices. Espaces euclidiens: orthogonalité, bases orthonormales, orthogonalisation de Gram-Schmidt, projections orthogonales, isométries et groupe orthogonal, isométries du plan et de l'espace. Formes bilinéaires et quadratiques, classification dans le cas réel ou complexe.

Préalable: Le cours « MAT1250 - Algèbre linéaire I » est préalable à ce cours.

Calendrier (tentative):

9 janvier Présentation de l'entente d'évaluation.

Semaine 1 **(9 et 13 janvier)** Espaces vectoriels sur un corps $\mathbb{K}$. Combinaisons linéaires. Sous-espaces vectoriels. Intersection et somme de sous-espaces vectoriels.

Semaines 2 **(16 janvier)** Sous-espaces vectoriels engendrés par une partie. Supplémentaires et somme directe de sous-espaces vectoriels. Espace duale.

Semaines 3 **(23 et 27 janvier)** Bases et indépendance linéaire. Complétion de base.

Semaines 4 **(30 janvier et 3 février)** Dimension. Sous-espaces vectoriels en dimension fini. Changement de bases et matrices.

Semaines 5 **(6 et 10 février)** Application linéaire. Forme linéaires, endomorphismes, homothétiques, projections et symétries. Application linéaire et somme directe de sous-espaces vectoriels.

Semaines 6 **(13 et 17 février)** Isomorphismes et automorphismes. Noyaux et images. Isomorphisme avec $\mathbb{K}^n$ en dimension finie n. Choix d'une base et matrice associée à une application linéaire.

Semaine 7 **(20 et 24 février)** Changement de bases et matrice d'application linéaires. Déterminants, trace et formes multilinéaires alternées.

du 27 février au 3 mars *Semaine de lecture.*

Semaine 8 **(6 mars)** Questions/révisions.

10 mars Examen de mi-session.

Semaine 9 **(13 et 17 mars)** Réduction des endomorphismes. Valeurs et vecteurs propres, diagonalisation d'un endomorphisme.

Semaine 10 **(20 et 24 mars)** Diagonalisation et trigonalisation.

Semaine 11 **(27 et 31 mars)** Polynôme d'un endomorphisme. Théorème de Hamilton-Caylay. Sous-espaces caractéristiques.

Semaine 12 **(3 et 7 avril)** Polynôme minimal Décomposition de Dunford. Forme de Jordan.

Semaine 13 **(10 avril)** Produit scalaires et espaces euclidiens. Généralisation: forme quadratique, espace quadratique.

Semaine 14 **(21 avril)** Formes bilinéaires et formes quadratiques. Classification des formes quadratique dans le cas réel et complexe.

Semaine 15 **(24 avril)** Questions/révisions;

28 avril Examen final.

Références: Il n'y aura pas de manuel de référence obligatoire pour ce cours. Le cours sera élaboré à partir de divers ouvrages bibliographiques. La prise de notes de cours en classe est alors très importante. Il y a une immense littérature sur le sujet. On pourra par exemple consulter les livres suivants:

1. F. Liret, D. Martinais, *Algèbre 1re année*, 2ème édition, Dunod (2003), Chapitres 6 et 7.

2. F. Liret, D. Martinais, *Algèbre 2ème année*, 2ème édition, Dunod (2003), Chapitres 2, 3, 4, 6, 7 et 10.

Évaluation: L'évaluation sera discutée au premier cours. La proposition initiale est d'avoir deux examens de deux heures et demi. Le premier examen aura lieu le 10 mars 2017 de 9h00 à 11h30, et le deuxième aura lieu le vendredi 28 avril 2017, de 9h00 à 11h30. Les étudiant(e)s auront aussi à faire n devoirs[1]. La note finale sera sur 100 et sera calculée da la façon suivante:

$$\text{Note finale} = \max\left\{\frac{1}{2}(I+F),\ \ \frac{3}{5}(I+F)+\frac{2}{5}\sum_{j=1}^{n} D_j\right\}$$

où

- I (Intra) désigne le résultat sur 100 à l'examen de mi-session,
- F (Final) désigne le résultat sur 100 à l'examen final,
- D_j (j-ème Devoir) désigne le résultat sur 100 au i-ème devoir.

[1] Le nombre de devoirs sera décidé le long du cours et peut varier entre 2 et 10